

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR D'ENGINYERS INDUSTRIALS DE TERRASSA

Tesis Doctoral que bajo la dirección del

Catedrático Dr. Lorenzo Alvarez Martínez

y con el título

ESTUDIO TEORICO-EXPERIMENTAL DE LA
REDUCCION DE LA PROPAGACION SONORA
EN CONDUCTOS, UTILIZANDO TECNICAS
DE ABSORCION ACTIVA

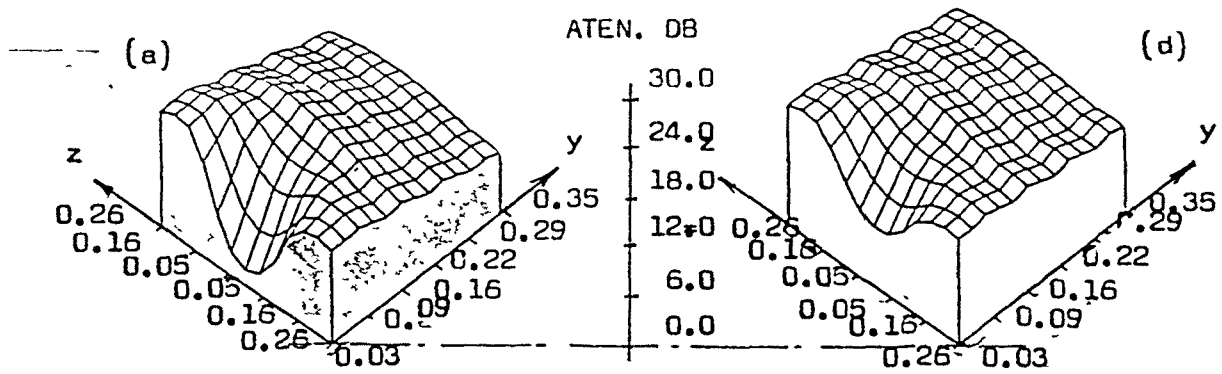
presenta el candidato

Jaime Gibert Pedrosa

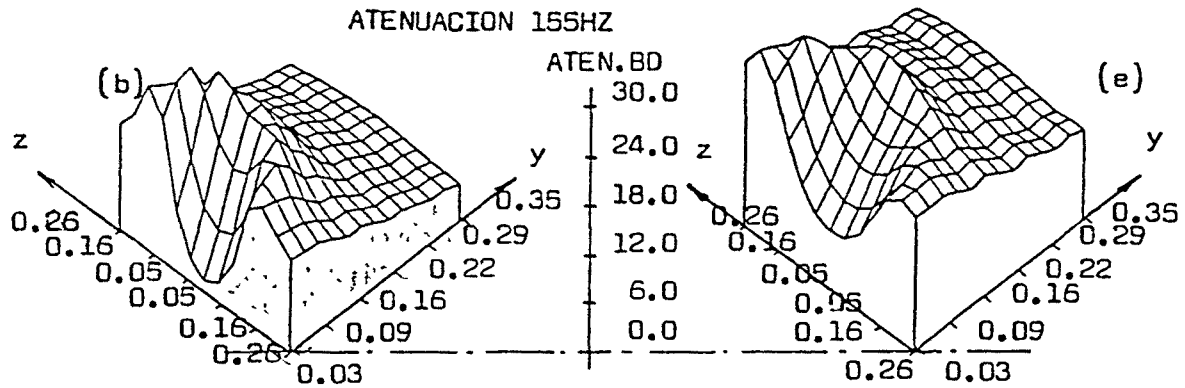
para la obtención del
Grado de Doctor Ingeniero Industrial

Terrassa, Julio de 1990

ATENUACION 98HZ



ATENUACION 155HZ



ATENUACION 216 HZ

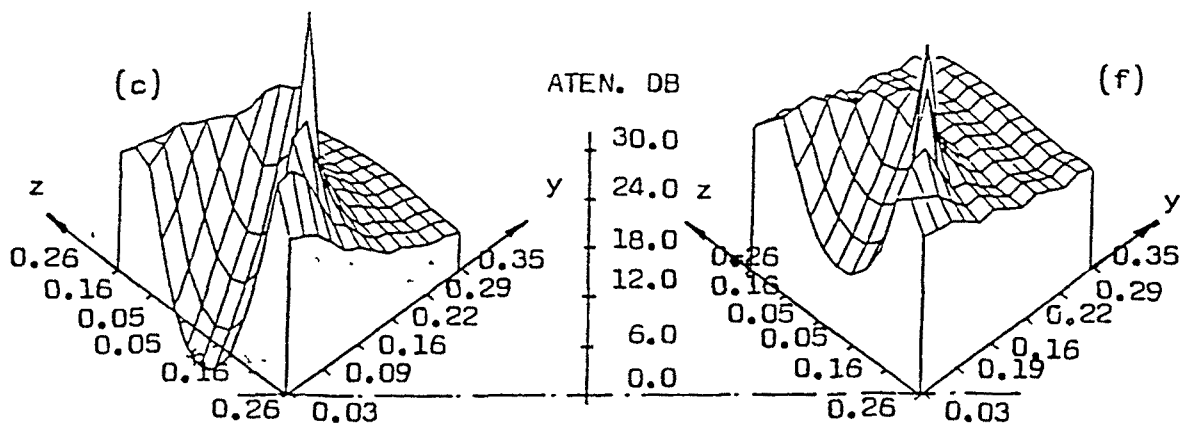


Figura 4.96. (a), (b) y (c): Atenuaciones con TCM, obtenidas, por cálculo, a través de una sección vertical del conducto, coincidente con el altavoz {1}. (d), (e) y (f): Atenuaciones con TCT, obtenidas, por cálculo, a través de la misma sección.

Las funciones de los atenuadores TCT y TCM, fueron obtenidas utilizando la misma disposición experimental, con la excepción de que el altavoz de la fuente primaria fue alimentado con un ruido aleatorio de banda limitada (0-500 Hz). El micrófono del monitor fue posicionado a 1,5 m. corriente abajo de las fuentes secundarias. Las funciones de los atenuadores TCM {1} y {2} se muestran en la figura 4.97, y la del atenuador TCT se muestra en la figura 4.98. Estos atenuadores compactos acoplados operan por encima de un ancho rango de frecuencias. El atenuador TCT, de la figura 4.98, proporciona una atenuación mínima de 20 dB en una banda de frecuencias más ancha de tres octavas y media, desde 30 a 330 Hz.

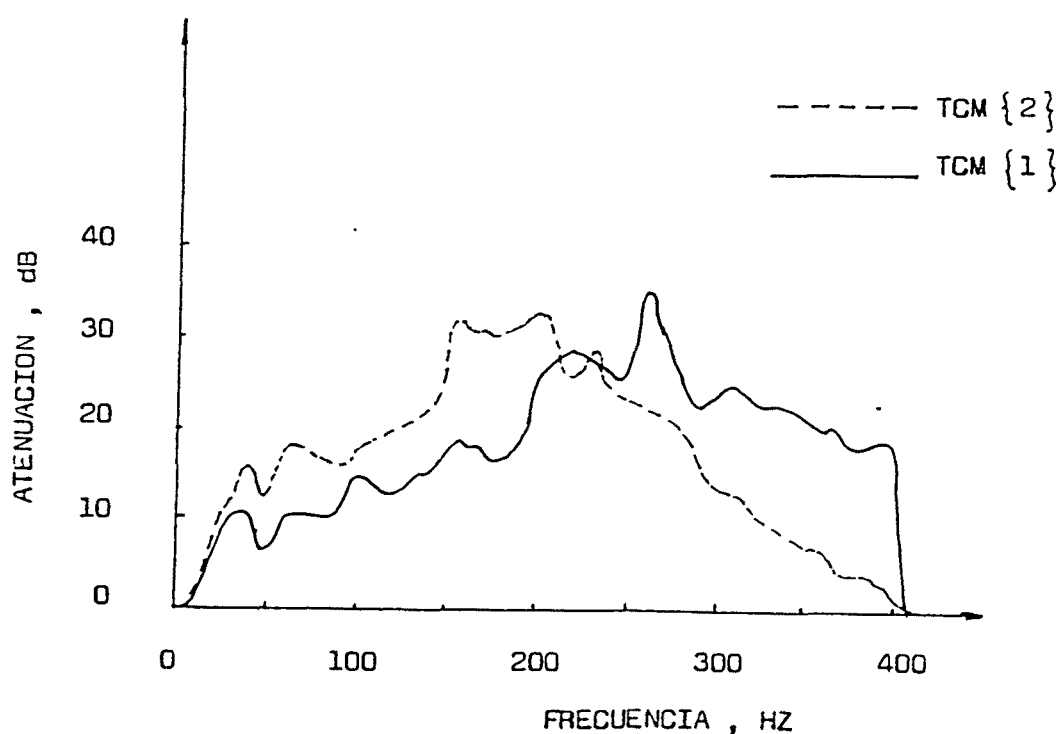


Figura 4.97. Atenuación activa para cada TCM, para el caso de una banda ancha de ruido aleatorio.

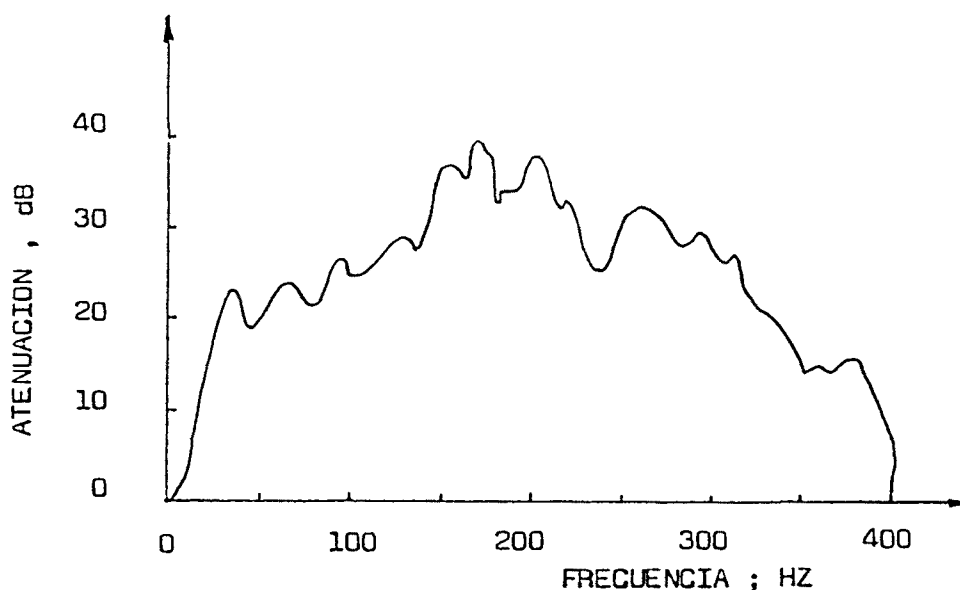


Figura 4.98. Atenuación activa del TCT, para el caso de una banda ancha de ruido aleatorio.

Puesto que los atenuadores prácticos deben, además de proporcionar buena atenuación, resultar de bajo costo, se propuso una versión más económica de los sistemas compactos acoplados.

En esta versión el micrófono, con cartucho condensador eléctrico, tenía un diámetro de 10 mm., el cual es de muy bajo coste. Sin embargo, su respuesta a bajas frecuencias resultaba ligeramente pobre. El amplificador, diseñado y construido en el propio laboratorio, fue asimismo muy barato.

La función del sistema compacto acoplado, usando elementos electrónicos de bajo coste, se muestra en la figura 4.99. En el caso del "tandem" puede obtenerse una atenuación mínima de 20 dB en una banda de frecuencias comprendida entre 50 y 360 Hz. De modo que, la función a bajas frecuencias fue ligeramente peor que la obtenida con

los elementos electrónicos de buena calidad.

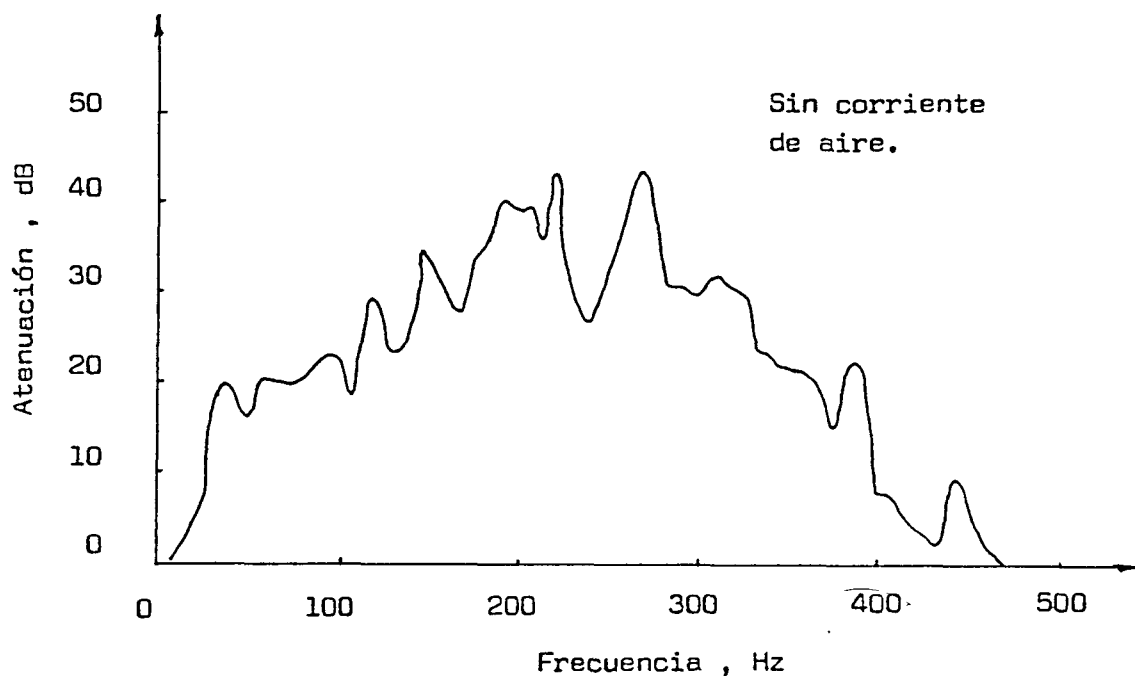


Figura 4.99. Atenuación activa del "tandem" usando elementos electrónicos de bajo coste.

Cuando el ensayo se realizó con corriente de aire, procedente de un ventilador axial de 2,2 kW, con una velocidad angular de 2800 r.p.m., aparece un cambio en la función como se muestra en la figura 4.100. La velocidad del aire era de 5 m/s. Debido al flujo turbulento se producía una ligera disminución de la función. Ello pone de manifiesto que, usando una pantalla contraviento, la función puede incrementarse en la razón de la señal del ruido del viento.

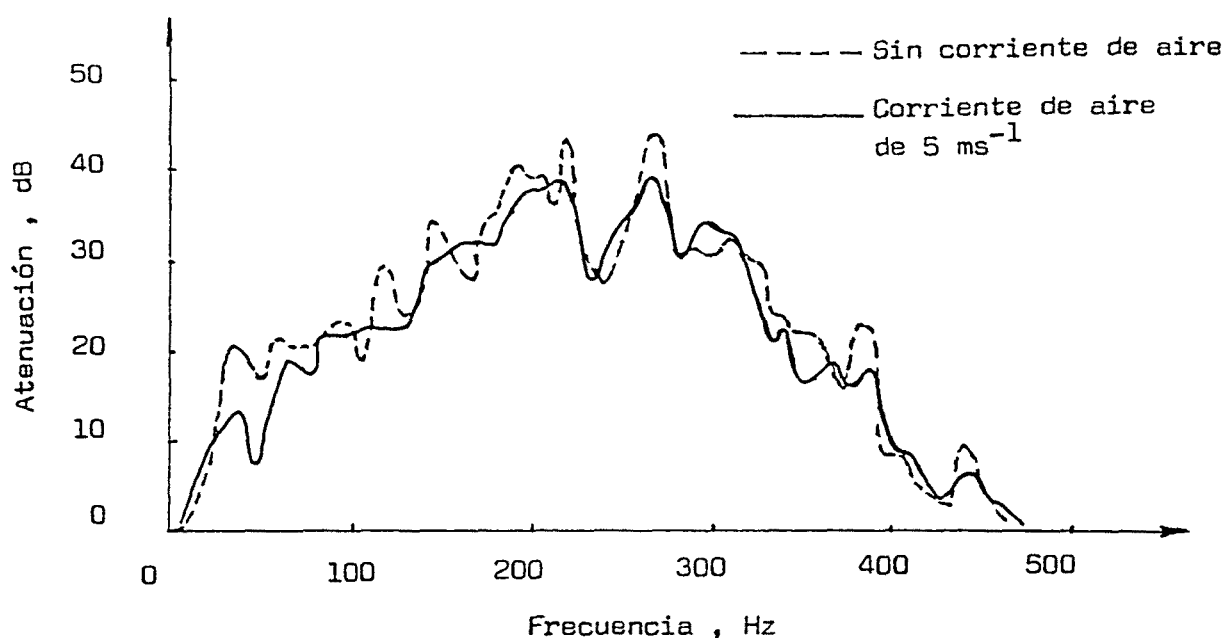


Figura 4.100. Comparación de la atenuación activa del tandem, obtenida usando elementos electrónicos de bajo coste, con y sin corriente de aire.

OBSERVACIONES.

El programa de computador, para el modelo teórico de cálculo de la atenuación del sonido en un punto del campo, usa la exacta localización del micrófono del atenuador en el conducto, las dimensiones de la sección transversal del mismo y el espesor del forro del material absorbente, así como su localización, en el atenuador TCM. Para un conducto y configuración de forro dados, el parámetro que indica la localización del micrófono puede ser variado y el programa de cálculo da unos perfiles de atenuación diferentes en la sección transversal del conducto, corriente abajo del altavoz del atenuador. Por tanto, la localización ideal del

micrófono del atenuador puede ser encontrada por optimización de la atenuación en la sección transversal de dicho conducto.

Para muchas aplicaciones, el conducto y la configuración del forro pueden ser variadas, para cumplir con algunas restricciones predeterminadas, tales como unas nuevas dimensiones de su sección transversal, necesarias para ajustar los requerimientos impuestos por el ventilador, el espacio útil limitado para el alojamiento del forrado y la cabina del altavoz, así como el más bajo posible coste material. El principal objetivo de conseguir la máxima atenuación y la restricción de usar el mínimo material de forrado, son contradictorios. Si se utiliza una inadecuada cantidad de forro de material absorbente, los modos de frecuencias altas resultan insuficientemente atenuados y su presencia perjudicará la atenuación del TCM. Por tanto, debe establecerse un compromiso entre ambas situaciones y, por medio de un modelo de cálculo, puede determinarse la atenuación, a un cierto rango de bajas frecuencias, para una optimizada cantidad de material absorbente.

Los resultados, tanto experimentales como teóricos, presentados en este trabajo, fueron obtenidos en una banda de frecuencias relativamente bajas, comprendida entre 30 y 360 Hz, por lo que el efecto de los modos transversales, si bien se tuvieron en cuenta, fue relativamente escaso. En gran cantidad de aplicaciones industriales, los ventiladores producen picos de ruido a frecuencias más altas (de 600 Hz a 700 Hz), por lo que, probablemente, deberían emplearse

sistemas TCT, con mayor número de TCM en cascada, para conseguir atenuaciones adecuadas. Ello, evidentemente, encarecería la ejecución.

Resulta interesante el estudio, que se realiza en este trabajo, sobre la atenuación a diferentes distancias transversales de la pared del altavoz, debida a las variaciones de amplitud y fase con dicha distancia. Esta circunstancia debería ser tomada en cuenta, no solo en los sistemas compactos acoplados sino, en todos los atenuadores activos aplicados en conductos.

4.3.2.4. ESTUDIO TEORICO Y EXPERIMENTAL. REALIZADO POR LA FONTAINE Y SHEPHERD, DE UN ATENUADOR ACTIVO DE BANDA ANCHA, PARA LA CANCELACION DEL RUIDO ALEATORIO EN CONDUCTOS. [18]

En este trabajo, La Fontaine y Shepherd describen un sistema experimental, válido para una banda ancha de ruido, basado en el método de Swinbanks y en sus conceptos fundamentales.[17]

Los errores de amplitud y de fase son minimizados en cada uno de los elementos, prestándose especial atención a los altavoces de las fuentes secundarias. Este sistema fue proyectado para suprimir el ruido aleatorio en forma de ondas planas, en un conducto de paredes rígidas y con corriente de aire. Los objetivos del proyecto consistían en conseguir un nivel de atenuación de unos 15 dB de media cuadrática, para una gama de frecuencias de 30 a 650 Hz.

Fue adoptado el dispositivo unidireccional de altavoces y micrófonos propuesto por Swinbanks, porque sólo necesita un retardo de tiempo puro y porque puede operar con cualquier número de elementos, de dos para arriba. En algunas otras disposiciones, como, por ejemplo, el dipolo de Chelsea, las fuentes no presentan unidireccionalidad y, si bien las fuentes secundarias no producen ruido en la zona de ubicación del micrófono, reflejan el sonido indeseado hacia la fuente primaria, en vez de absorberlo. En muchas aplicaciones, el consecuente aumento de nivel de ruido que se produce entre la fuente primaria y las secundarias, resulta inadmisibile.[13],[17]

También, el acoplador unidireccional, propuesto por

Jessel y Mangiante, presenta desventajas comparado con la disposición de Swinbanks, ya que resulta más difícil la fabricación de un sistema de equilibrado de tres altavoces, conforme a las ideas de Jessel y de Mangiante, que con los altavoces acoplados menos complicados y más flexibles de Swinbanks. Además, el cambio de fase de 90° necesario para el acoplador de Jessel y Mangiante, no se fabrica tan fácilmente como el retardo sencillo que requiere el acoplador de Swinbanks.[11],[17]

La figura 4.101 presenta un diagrama esquemático del sistema cuyas aplicaciones se limitarán a conductos rectos con paredes rígidas, por los que se transmiten ondas acústicas planas.

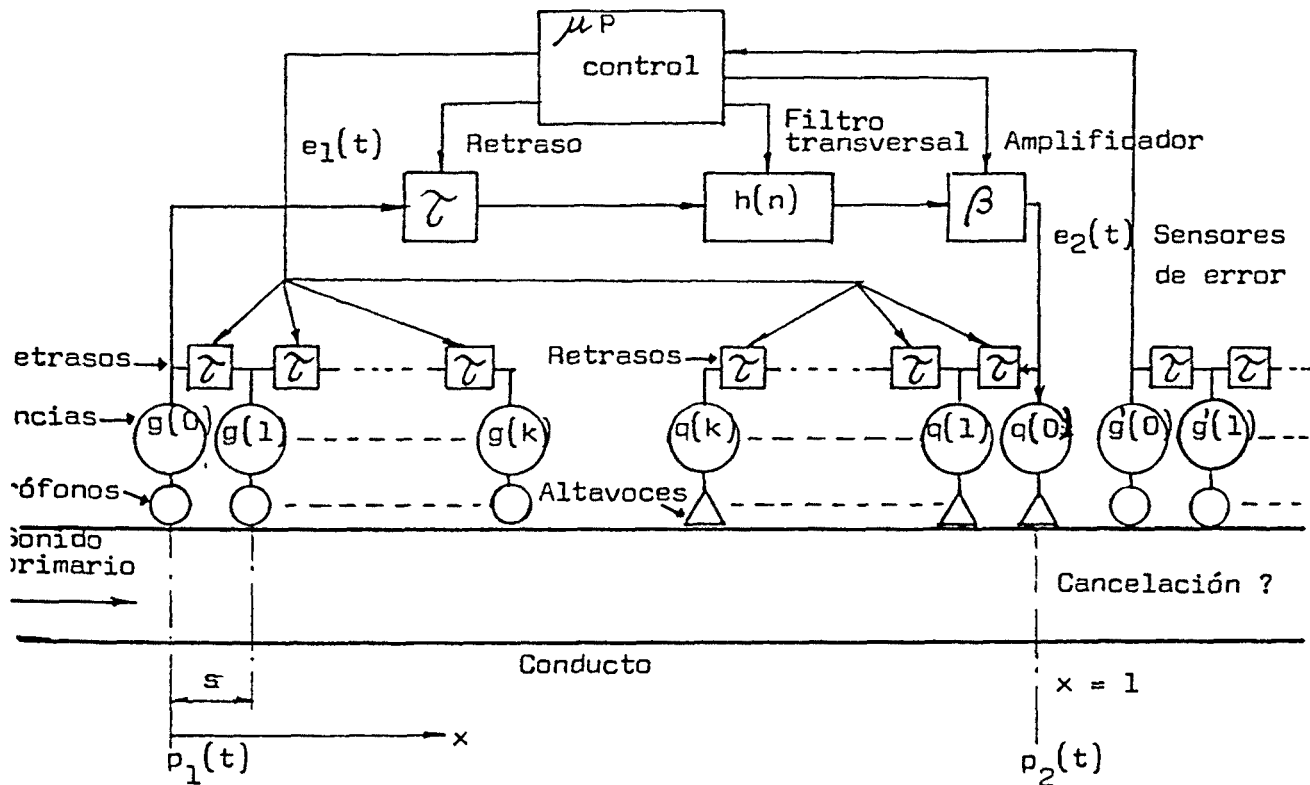


Figura 4.101. Disposición general del atenuador, propuesto por La Fontaine y Shepherd, de acuerdo con el método de Swinbanks.

Se dispone de un juego de micrófonos, como acoplador unidireccional, de la forma general descrita por Swinbanks. De un modo parecido, se dispone de un juego de altavoces para producir ondas acústicas planas que, solamente, se propagan hacia afuera de la fuente primaria. Se supone, asimismo, que el límite superior de la frecuencia de operación es más bajo que la frecuencia del primer modo transversal, con lo que puede considerarse que solamente existen ondas planas.[9],[17]

Se supone, además, por razones simplificativas, que la corriente de aire es bastante baja, de forma que no constituya un factor importante. Las modificaciones de esta teoría, teniendo en cuenta la presencia de una corriente de aire uniforme, se deducen fácilmente. El acoplador de micrófonos se conectó con el de altavoces, a través de un retardo sencillo τ_x y un filtro sintonizable que podía ajustarse para compensar la respuesta de frecuencia imperfecta del acoplador.

Tanto los retardos, como los filtros y las ganancias de amplificación, que se emplearon en este estudio experimental, se ajustaban manualmente.(Ver figura 4.102)

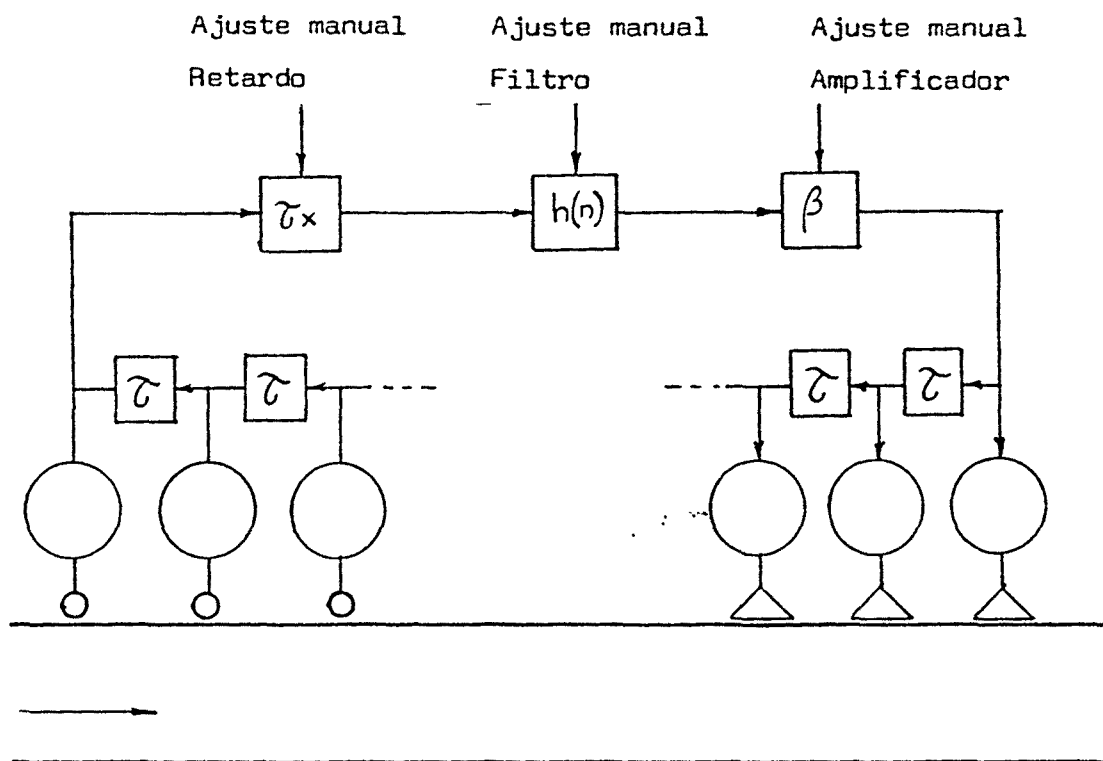


Figura 4.102. Esquema del dispositivo experimental.

Los micrófonos acoplados, para conseguir una detección unidireccional, se colocan, como se indica en las figuras 4.101 y 4.102, igualmente distanciados, de forma que la señal de cada uno está retardada, relativamente, con respecto a la del siguiente.

Cada retardo τ corresponde al tiempo que una onda sonora precisa para propagarse a través de un espaciamiento s entre dos micrófonos.

Las ondas sonoras que viajan en el sentido x negativo, producirán una tensión de salida, en los micrófonos, $e_1^-(t)$, calculada del siguiente modo:

$$(1) \quad e_1^-(t) = p_1(t) g(0) + p_1(t - \tau + \frac{s}{c}) g(1) + \dots$$

donde $p_1(t)$ es la presión en el primer micrófono y $g(k)$, para $k=0,1,\dots,n$, son las ganancias de las funciones transferencia de los micrófonos.

Pero como $\tau=s/c$, la ecuación (1) se escribirá:

$$e_1^-(t) = p_1(t)g(0) + p_1(t)g(1) + \dots$$

es decir

$$(2) \quad e_1^-(t) = p_1(t) \sum_k g(k)$$

Entonces, si $\sum_k g(k) = 0$, las ondas que se propaguen en el sentido x negativo no producen tensión de salida.

Sin embargo, las ondas sonoras que se propagan en el sentido x positivo producen una tensión:

$$(3) \quad e_1^+(t) = p_1(t)g(0) + p_1(t - \frac{s}{c})g(1) + p_1(t - \frac{2s}{c} - 2\tau)g(2) + \dots$$

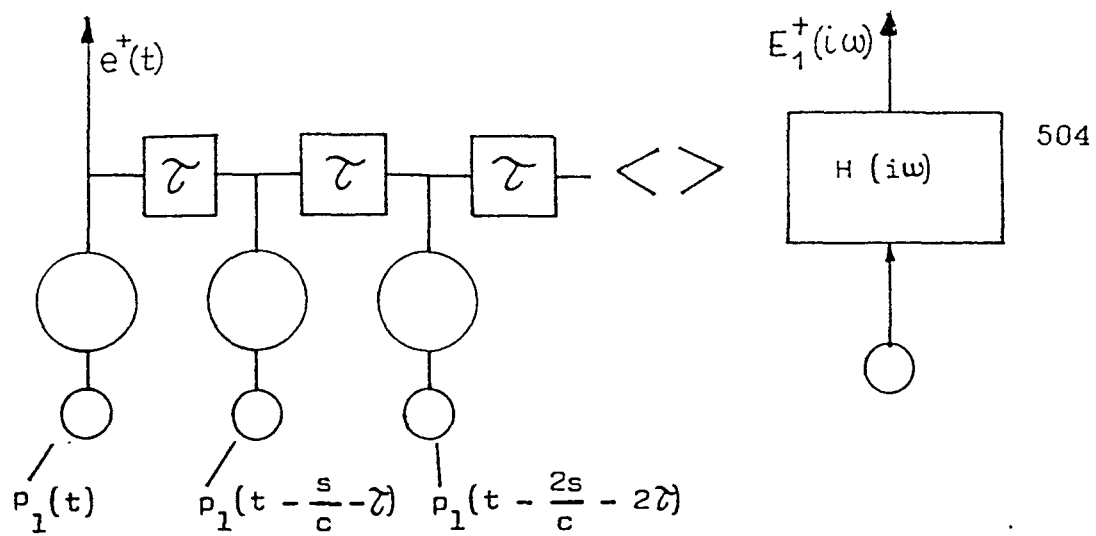


Figura 4.103. Esquema de la obtención de la tensión salida para ondas que se propagan en el sentido x positivo, y su función transferencia.

Puesto que $\tau = s/c$, la ecuación (3) puede expresarse del siguiente modo:

$$(4) \quad e_1^+(t) = p_1(t) g(0) + p_1(t-2\tau) g(1) + p_2(t-4\tau) g(2) + \dots$$

donde se ha supuesto una respuesta en frecuencia ideal por parte de los micrófonos.

Aplicando la transformación de Fourier a la ecuación (4), se obtiene:

$$\begin{aligned} E_1^+(i\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e_1^+(t) e^{-i\omega t} dt = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [p_1(t) g(0) + p_1(t-2\tau) g(1) + \dots] e^{-i\omega t} dt = \\ &= g(0) \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} p_1(t) e^{-i\omega t} dt + g(1) \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} p_1(t-2\tau) e^{-i\omega t} dt + \dots \\ &= g(0) F[p_1(t)] + g(1) F[p_1(t-2\tau)] + \dots \end{aligned}$$

Pero como:

$$F[p_1(t)] = e^{i\omega 2\tau} F[p_1(t-2\tau)]$$

$$F[p_1(t-2\tau)] = e^{-i\omega 2\tau} F[p_1(t)]$$

se tendrá:

$$\begin{aligned} E_1^+(i\omega) &= g(0) F[p_1(t)] + g(1) e^{-i2\omega\tau} F[p_1(t)] + \dots = \\ &= g(0) P_1(i\omega) + g(1) e^{-i2\omega\tau} P_1(i\omega) + \dots \end{aligned}$$

y finalmente:

$$(5) \quad E_1^+(i\omega) = P_1(i\omega) [g(0) + g(1)e^{-i2\omega\tau} + \dots]$$

La función transferencia será :

$$H_1(i\omega) = \frac{E_1^+(i\omega)}{P_1(i\omega)} = g(0) + g(1) e^{-i2\omega\tau} + \dots$$

es decir:

$$(6) \quad H_1(i\omega) = \sum_k g(k) e^{-i2k\omega\tau}$$

Por lo que existen considerables posibilidades de disposición del acoplador, para las ganancias $g(k)$, con la única condición de que $\sum_k g(k) = 0$, lo que garantiza una respuesta nula a las ondas que se propagan en el sentido x negativo.

En la figura 4.104, se presentan las respuestas de ganancia y de fase, para varios sistemas sencillos.

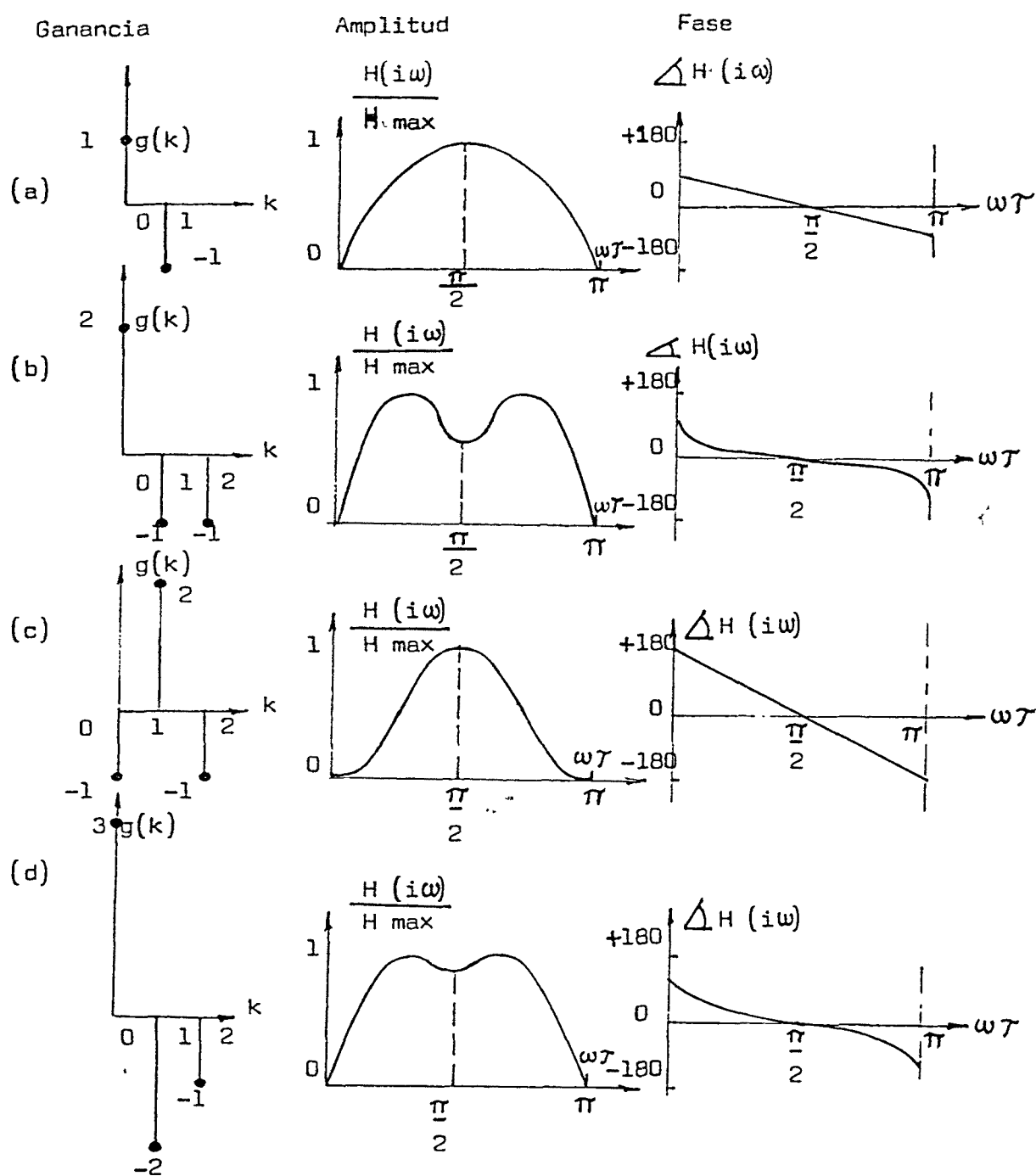


Figura 4.104. Respuestas en frecuencia de dispositivos de acoplado unidireccional:
 (a) Dos micrófonos (Swinbanks); (b) Tres micrófonos (Swinbanks); (c) Tres micrófonos (Berengier); (d) Tres micrófonos (Fontaine y Shepherd, en el presente trabajo).

La forma periódica de las respuestas es consecuencia de la utilización de retardos sencillos.

El ancho de banda útil se encuentra limitado a $0 \leq \omega \leq \pi/\tau$, ya que comparando $\omega = 2\pi/T$ con $\omega = \pi/\tau$, se deduce que $(1/\tau) = (2/T)$, de donde $\tau = T/2$, y a frecuencias mayores que la correspondiente a $T/2$, no se producirían ondas planas.

En la figura 4.101, también se presenta la disposición de altavoces, que es muy parecida a la de los micrófonos. No se producirá sonido propagándose en el sentido x negativo, si se cumple que

$$(7) \quad \sum_k q(k) = 0$$

donde $q(k)$, para $k=0,1,\dots,n$, son las ganancias de los altavoces. La respuesta en frecuencia, para ondas generadas por los altavoces, que se propagan en el sentido x positivo, se calcula a partir de la transmitancia:

$$(8) \quad H_2(i\omega) = \frac{P_2^+(i\omega)}{E_2(i\omega)} = \sum_k q(k) e^{-i2k\omega\tau}$$

Resulta interesante observar que, si la disposición de altavoces se elige de forma tal que la distribución de ganancias $q(k)$ sea el reflejo exacto de las ganancias de micrófono $g(k)$, los dos acopladores combinados constituyen un sistema de fase lineal.

La atenuación que puede conseguirse está relacionada

con la precisión con que puede detectarse y reproducirse el sonido primario. Cuando un tono puro de amplitud A está parcialmente anulado por otro tono de amplitud B y fase relativa ϕ , el sonido resultante C , queda expresado por la siguiente regla cosenoidal:

$$(9) \quad (C/A)^2 = 1 + (B/A)^2 + 2(B/A)\cos\phi$$

En la siguiente figura 4.105, se ilustra cómo los errores de detección y de reproducción limitan la atenuación.

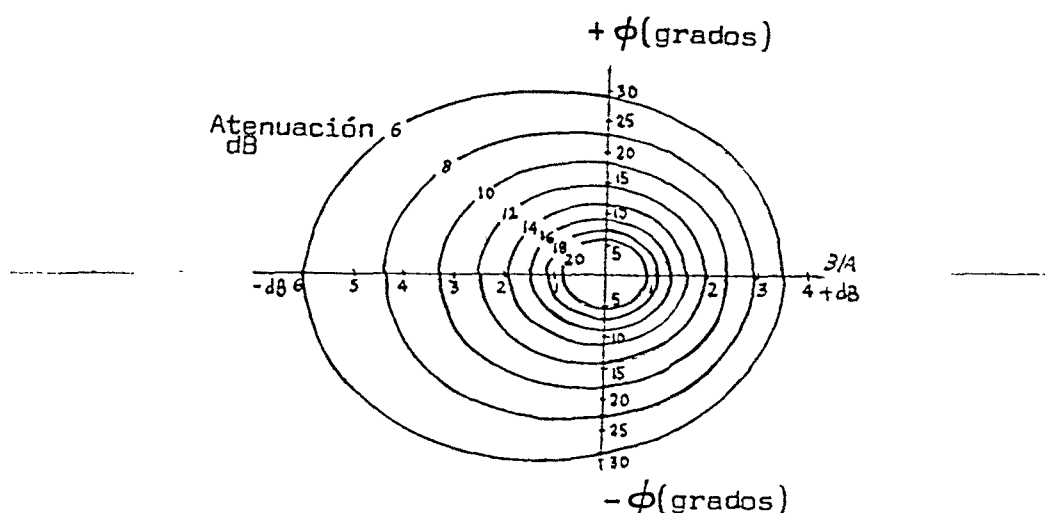


Figura 4.105. Influencia de los errores de amplitud y fase en la atenuación.

Por ejemplo, si se pretende conseguir atenuaciones próximas a 20 dB, la exactitud de detección y de reproducción debe ser tal que el error en amplitud sea menor de 1 dB y en ángulo de fase de 5° .

El control de los altavoces dentro de estos límites presenta serias dificultades. Pueden presentarse variaciones

de amplitud y de fase de 3 dB y 90°, respectivamente, sobre una banda de varias octavas, incluso usando altavoces de buena calidad.

Estas irregularidades pueden ser, parcialmente, compensadas con filtros, pero es conveniente mejorar sustancialmente los elementos básicos de los altavoces. Los que funcionan por reacción mocional dan lugar a las mejores soluciones, ya que, aparte de tener una mayor fidelidad, la reacción mocional reduce la influencia de la carga acústica.

La máxima atenuación posible se encuentra, también, limitada por el acoplamiento acústico entre los altavoces de la fuente secundaria y los micrófonos. Supóngase que estos elementos están acoplados a un nivel θ , siendo θ la proporción de la señal de salida del micrófono que se propaga de vuelta, con algún retraso temporal, por los altavoces y micrófonos. De acuerdo con el esquema de la figura 4.101, se puede escribir:

$$(10) \quad e_1(t) = p_P(t) + \theta p_S(t - \tau)$$

donde $p_P(t)$ es la señal primaria, $p_S(t)$ es la señal secundaria y $e_1(t)$ es la salida del micrófono. La presión sonora resultante, corriente abajo del altavoz, se calcula así:

$$(11) \quad p_2(t) = p_P(t - \tau) + p_S(t)$$

En una situación ideal, $p_S(t)$ sería una versión retardada e invertida de $e_1(t)$, es decir:

$$(12) \quad p_s(t) = - p_P(t - \tau) - \theta p_s(t - 2\tau)$$

donde los signos negativos, de cada término del segundo miembro, obedecen a la inversión, y la τ al retardo, que deben, ambos, aplicarse a $e_1(t)$, para obtener la cancelación.

Sustituyendo dicha presión sonora, de fuentes secundarias, en la ecuación (11), se obtiene la presión sonora resultante, corriente abajo, de los altavoces:

$$p_z(t) = p_P(t - \tau) - p_P(t - \tau) - \theta p_s(t - 2\tau)$$

de donde

$$(13) \quad p_z(t) = - \theta p_s(t - 2\tau)$$

Y como

$$p_s(t) = - p_P(t - \tau) - \theta p_s(t - 2\tau)$$

resulta que

$$\begin{aligned} p_s(t - 2\tau) &= - p_P(t - 2\tau - \tau) - \theta p_s(t - 2\tau - 2\tau) = \\ &= - p_P(t - 3\tau) - \theta p_s(t - 4\tau) \end{aligned}$$

que sustituida en (13) da:

$$p_2(t) = -\theta[-p_P(t-3\tau) - \theta p_S(t-4\tau)]$$

es decir

$$(14) \quad p_2(t) = \theta p_P(t-3\tau) + \theta^2 p_S(t-4\tau)$$

Operando del mismo modo:

$$p_S(t-4\tau) = -p_P(t-5\tau) - \theta p_S(t-6\tau)$$

expresión que sustituida en (14) da:

$$p_2(t) = \theta p_P(t-3\tau) + \theta^2[-p_P(t-5\tau) - \theta p_S(t-6\tau)]$$

es decir:

$$(15) \quad p_2(t) = \theta p_P(t-3\tau) - \theta^2 p_P(t-5\tau) - \theta^3 p_S(t-6\tau)$$

Operando, sucesivamente, del mismo modo, se obtendrá:

$$(16) \quad p_2(t) = \theta p_P(t-3\tau) - \theta^2 p_P(t-5\tau) + \theta^3 p_P(t-7\tau) - \dots$$

Suponiendo que p_P fuera una señal aleatoria, tal que $p_P(t-3\tau)$ no se relacionara con $p_P(t-5\tau)$, etc., la media cuadrática de las fluctuaciones de las versiones retardadas de p_P darían lugar a:

$$(17) \quad \overline{p_2^2(t)} = \overline{p_P^2(t)} [\theta^2 + \theta^4 + \theta^6 + \dots] = \overline{p_P^2(t)} \theta^2 / (1 - \theta^2)$$

Por lo que la atenuación queda determinada por la relación θ , como sigue:

$$(18) \quad \sqrt{[p_2^2(t)/p_1^2(t)]} = \theta/\sqrt{1-\theta^2} \approx \theta$$

cuando θ es pequeño.

Para la realización de las experiencias se utilizaron dos micrófonos acoplados para la detección y dos altavoces acoplados como fuente secundaria. Las pruebas se llevaron a cabo en un conducto de sección cuadrada de 0.244 m. de lado, cuyas paredes laterales eran de perspex de 25 mm. de espesor, mientras que las paredes superior e inferior eran de aluminio de 13 mm. de espesor. La fuente primaria de ruido estaba compuesta de ocho altavoces de 100 mm. de diámetro, montados alrededor del perímetro del conducto, y regulados adecuadamente para producir un nivel de presión sonora, en el conducto, de 90 dB. El espaciamiento entre micrófonos acoplados, así como entre los altavoces acoplados, era de 143 mm., mientras que la separación entre micrófonos y altavoces fue de 5m. Se situó un micrófono a un metro de distancia de la fuente secundaria, y en la dirección corriente abajo, al objeto de observar el comportamiento del atenuador.

La fuente secundaria estaba compuesta por dos altavoces de 200 mm. de diámetro con reacción mocional.

El movimiento de la bobina móvil generaba una fuerza electromotriz proporcional a su velocidad. Esta señal era acondicionada y realimentada a la entrada del amplificador,

para controlar con más exactitud el movimiento del altavoz. Los altavoces se cerraron individualmente en cajas de 20 litros siendo la gama de frecuencias de muestreo del filtro transversal de 1700Hz, la frecuencia de Nyquist es la mitad de la misma, es decir 850 Hz. De este modo, la máxima frecuencia de empleo del atenuador, que se estableció en 650 Hz, queda 200 Hz por debajo de la de Nyquist.

Para varias frecuencias de prueba, se ajustaban el retardo principal τ_x y la ganancia del amplificador β , para conseguir la máxima atenuación. Estos ajustes, que corresponden a correcciones de fase y de amplitud residual, están trazados en la figura 4.106, junto con las curvas de mejor adaptación para un filtro de 32 derivaciones.

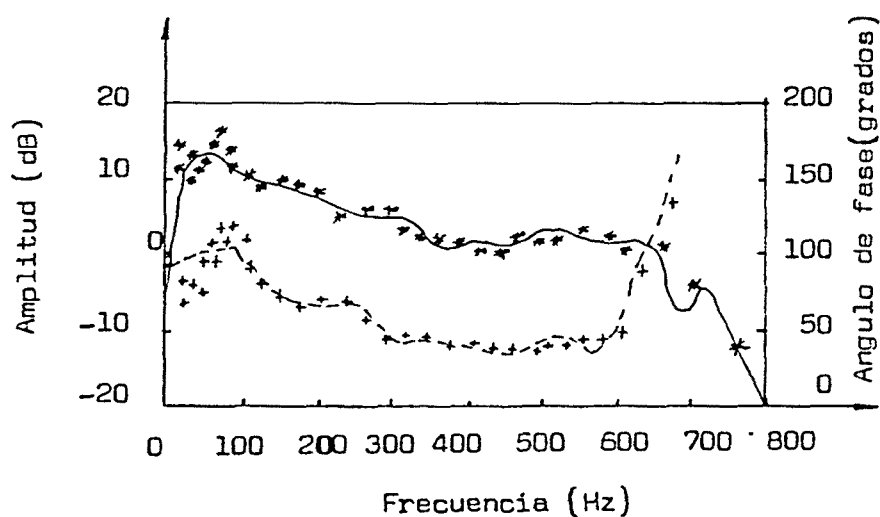


Figura 4.106. Respuesta en frecuencia del filtro transversal
 Respuesta deseada: * amplitud ; + fase.
 Respuesta de filtro calculado: -ampl., fase

Las curvas se generaron por un programa de diseño del filtro. Las correcciones de fase indican principalmente la

distorsión de fase introducida por la etapa igualadora, empleada para compensar las variaciones sinusoidales de amplitud con la frecuencia, representadas en la figura 4.104, mientras la respuesta intrínseca de la fuente secundaria, $2\text{sen}\omega t$, domina las correcciones de amplitud.

Al objeto de analizar el comportamiento del acoplador unidireccional, se midieron, corriente arriba, las relaciones entre la onda estacionaria obtenida funcionando las fuentes secundarias y la obtenida sin funcionar éstas, es decir, funcionando sólo las primarias. Las características direccionales de la fuente secundaria fueron determinadas de acuerdo con el método descrito por Pool y Leventall (apartado 4.3.1.4). En la siguiente tabla número 4.7, se presenta una lista con las relaciones de onda estacionaria, mencionadas, así como con las relaciones frente con espalda, es decir, antes y después de las fuentes secundarias, para diferentes frecuencias de prueba, lo que permite evaluar la unidireccionalidad.

Frecuencia de prueba (Hz)	Relación de onda estacionaria (dB)	Relación frente con espalda (dB)
50	1,3	22,5
100	0,9	25,7
200	3,0	15,3
300	3,1	15,1
400	0,5	30,8
500	1,6	20,7
600	1,9	19,3

Tabla 4.7. Unidireccionalidad de la fuente secundaria.

No se midieron las características direccionales del acoplador de micrófonos, ya que la respuesta en frecuencia,

así como, la adaptación de los micrófonos, son superiores a la de los altavoces, por lo que se consideró que dicho acoplador de micrófonos presentaba mejores características de unidireccionalidad que las fuentes secundarias. Se estimó que la relación frente con espalda, del efecto combinado de la fuente secundaria y del acoplador de micrófonos, era de unos 50 dB, a lo largo del ancho de banda de operación.

Se hicieron algunas pruebas con ruido transitorio para ver la respuesta del atenuador, en este caso. En la figura 4.107 se muestran dichas respuestas para ondas sinusoidales simples de 100 Hz, 200 Hz y 600 Hz, aplicadas a la entrada de la fuente primaria.

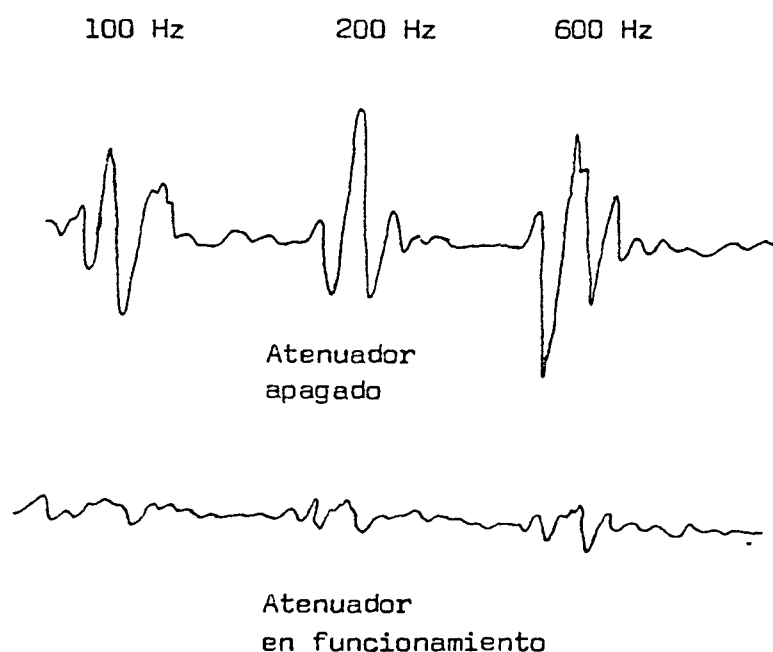


Figura 4.107. Respuesta del atenuador al ruido transitorio.

Cuando las presiones acústicas pasan, rápidamente, por encima de su valor normal, se produce una vibración libre transitoria, como consecuencia de la pobre fidelidad de la

fuente primaria y de las reflexiones causadas por las aberturas del conducto. Cuando se puso el atenuador en marcha, las componentes de la señal, dentro del ancho de banda de diseño, fueron reducidas cerca de 20 dB.

Como el contenido espectral de una onda sinusoidal simple se distribuye, principalmente, en un lóbulo entre cero y dos veces la frecuencia primaria, se puede tomar la respuesta transitoria con una medida aproximada de funcionamiento de más de una octava, centrada alrededor de la frecuencia primaria.

Con ruido aleatorio, cuya anchura de banda estaba comprendida entre 20 y 750 Hz, aplicado a la entrada de la fuente primaria, se obtuvieron los espectros, mostrados en la siguiente figura 4.108, correspondientes al caso de atenuador apagado y de atenuador en marcha.

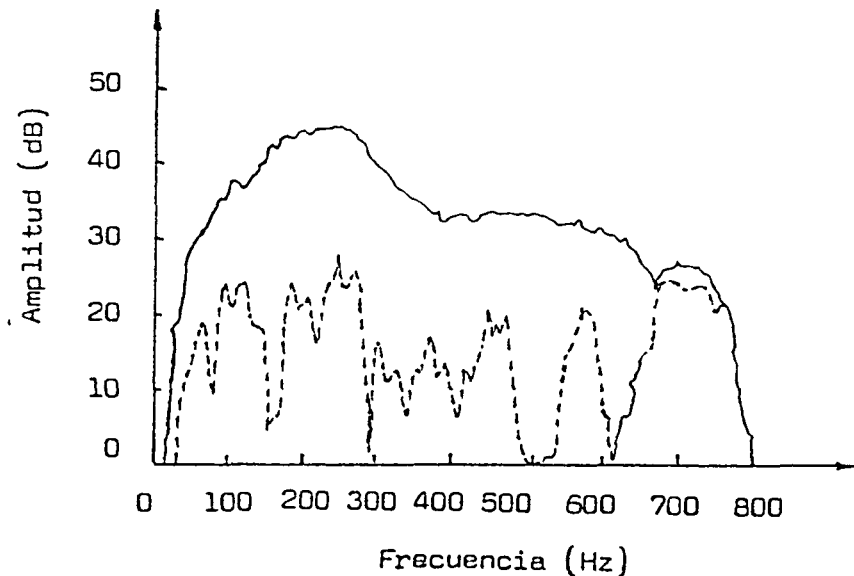


Figura 4.108. Ruido aleatorio de entrada de banda comprendida entre 20 y 750 Hz.
 — atenuador desconectado.
 --- atenuador conectado.

Se deduce, de dichos espectros, que el atenuador no aumenta el nivel de ruido a ninguna frecuencia dentro del ancho de banda de diseño. Se obtuvieron niveles de atenuación comprendidos entre 10 y 30 dB, a lo largo de las 4,5 octavas comprendidas entre 30 y 650 Hz. El nivel de sonido medido en RMS disminuyó en unos 17 dB, cuando el atenuador se puso en marcha, aunque, entre 650 y 800 Hz, el ruido conservó una energía sustancial. Eliminando las frecuencias que se encontraban fuera de la gama de diseño, para integrar el espectro entre los 30 y 650 Hz, se obtiene una reducción de ruido de 20 dB RMS.

La figura 4.109 ilustra, en el dominio temporal, el efecto atenuador sobre el mismo ruido aleatorio.

Atenuador apagado

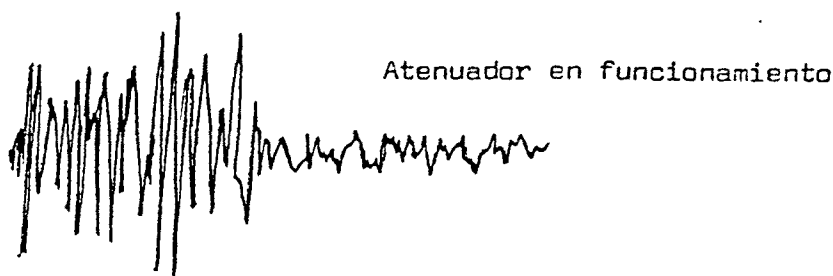


Figura 4.109. Función temporal del ruido aleatorio con un ancho de banda de 20 a 750 Hz

Unas pruebas realizadas en un conducto más corto y con una separación de 3,5 metros, entre micrófono y fuente secundaria, dieron 3 dB menos de atenuación, para el mismo ancho de banda. El espaciamiento más corto, entre micrófonos y altavoces, restaron flexibilidad en el diseño del filtro

transversal, haciendo más difícil la compensación de fase a frecuencias bajas. Sin embargo, un mejorado diseño de ecualizador reduciría la cantidad de corrección de fase necesaria y, así, permitiría su utilización para espaciamentos más pequeños.

En la figura 4.110, se muestran los niveles de atenuación medidos y teóricos en función de la frecuencia. Los teóricos están basados en las deficiencias del filtro transversal, previstas por el programa de diseño del mismo.

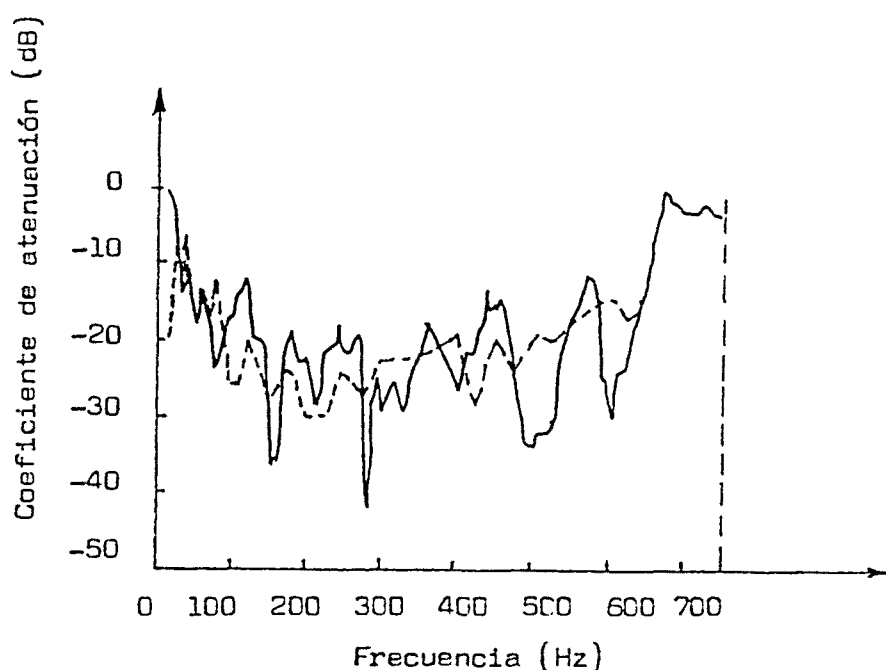


Figura 4.110. Atenuación en función de la frecuencia.
----- teórica; ——— medida.

Los dos diagramas, mostrados en la figura 4.110, son bastante parecidos, lo que indica que el funcionamiento del atenuador está, en gran parte, limitado por el filtro transversal.

Los niveles satisfactorios de supresión de ruido,

cubriendo un ancho de banda amplio, se atribuyen al éxito del filtro transversal compensando las deficiencias dependientes de la frecuencia de varios elementos del sistema, así como al mejor funcionamiento del altavoz de reacción mocional.

Se llevaron a cabo experimentos con corriente de aire hasta una velocidad de 20 m/s. A medida que se incrementaba desde cero la corriente de aire, era necesario ajustar el retardo principal τ_x . Sin embargo, las fluctuaciones turbulentas de presión, detectadas por los micrófonos, limitaban la calidad funcional del sistema. La atenuación conseguida, para el ruido de 30 Hz a 650 Hz, fue de 14,5 dB a la velocidad de 8,6 m/s y, sólo, de 7 dB cuando la velocidad de la corriente alcanzaba los 20 m/s.

La calidad funcional disminuía, principalmente, a las frecuencias bajas, donde las fluctuaciones turbulentas de presión eran dominantes.

Para desarrollos futuros de aplicaciones, donde la velocidad de la corriente de aire sea significativa, haría falta un sistema de control para regular los retardos. Lo ideal sería que el sistema de control fuera autoadaptivo para mantener un comportamiento funcional óptimo a lo largo de grandes intervalos de tiempo.

Para hacer frente a la alta velocidad de la corriente de aire y, por consiguiente, al flujo turbulento, deben prepararse los micrófonos de forma que no resulten sensibles a las fluctuaciones de presión turbulenta.

OBSERVACIONES.

De los ensayos realizados, con dos micrófonos y dos altavoces, se desprende que, para una banda de ruido de 4,5 octavas, comprendida entre 30 y 650 Hz, se obtiene una reducción de 16 dB y, además, que eliminando los ruidos impulsivos de frecuencias variantes se obtuvieron atenuaciones de unos 20 dB.

La aplicación de altavoces con reacción mocional, así como el empleo del filtro transversal, fueron esenciales para lograr los objetivos del proyecto.

Se ha observado, también, durante el presente trabajo, que el acoplamiento acústico, entre la fuente secundaria y los micrófonos, limita el potencial de atenuación, aproximadamente, en la relación 0.

Este trabajo, se ha basado en la hipótesis de que las ondas son planas, empleando frecuencias inferiores a la del primer modo transversal, por lo que no se ha tenido en cuenta la influencia de las ondas transversales y, por lo tanto, el campo de aplicación del sistema se encuentra limitado a frecuencias relativamente bajas.

C A P I T U L O 5

M O D E L O P R O P I O

5.1. OBJETIVOS.

A través de los apartados del anterior capítulo cuarto, se han ido presentando y analizando los diferentes procedimientos existentes, basados en la absorción activa, para la atenuación de ondas longitudinales a lo largo de un conducto.

La limitación fundamental que existe en dichos procedimientos, y que es común a todos ellos, consiste en que las frecuencias, a las que pueden aplicarse, deben ser inferiores a la frecuencia de corte del conducto, ya que de lo contrario las fuentes secundarias excitan modos transversales que no pueden ser atenuados con los métodos referidos.

A la vista de lo anterior, se ha establecido como objetivo central de este trabajo, el encuentro de un método capaz de atenuar, simultáneamente, los modos transversales y longitudinales, así como llevar a cabo su desarrollo y, posteriormente, el análisis experimental de su comportamiento.

De esta forma puede conseguirse la atenuación activa del sonido, a lo largo de conductos, sin limitaciones de frecuencias.

5.2. ELECCION DEL METODO BASICO EMPLEADO.

Una de las principales características, que debe presentar el sistema de fuentes secundarias, consiste en que sea capaz de conseguir que en alguna región del conducto llegue, únicamente, el ruido primario a cancelar, al objeto de poder detectarlo íntegramente, mediante un transductor adecuado, y que en la región corriente abajo emita un sonido tal que cancele al primario.

Se ha elegido como método básico el de Swinbanks, ya que mediante dos, tres, o más anillos de fuentes debidamente espaciados y con desfases electrónicos adecuados, entre ellos, se consigue una muy buena unidireccionalidad, de forma que en la región corriente arriba, únicamente llega el sonido primario, ya que el sistema de fuentes secundarias emite sonido, solamente, en la dirección corriente abajo. De este modo, en dicha región corriente abajo podrá producirse la cancelación, por superposición de ambos ruidos.

5.3. DESCRIPCION DEL MODELO PROPUESTO.

En el apartado que sigue, se hace un estudio comparativo de la propagación de modos transversales en conductos de sección rectangular y cuadrada. Ello obedece a que en un conducto de sección rectangular, la frecuencia de corte, en la dirección del lado más corto de su sección, es mayor que la correspondiente a la de la dirección del lado más largo de la misma. Por consiguiente, eligiendo una dimensión suficientemente pequeña del lado corto de la sección, puede conseguirse eliminar los modos transversales en dicha dirección, dentro de la gama de frecuencias de operación del sistema. Con ello, solo quedarán presentes los modos transversales en la dirección del lado largo de la sección, lo cual puede resolverse por medio de la atenuación activa, de forma similar a como se realiza longitudinalmente.

Sin embargo, la principal aportación que, en el campo de la atenuación activa, se presenta en este trabajo, consiste en el diseño de un sistema de fuentes secundarias tal que no exciten los modos transversales, independientemente de la forma y dimensiones de la sección del conducto.

La idea fundamental del procedimiento consiste en montar, en las paredes del conducto, dos conjuntos, compuestos por dos, o más anillos, de fuentes secundarias, tales que cada uno de ellos sea unidireccional. Como se demuestra en los apartados 5.7, 5.8, 5.11 y 5.12, conectando los dos conjuntos unidireccionales con un desfase

electrónico, entre ellos, adecuado, se consigue que los modos transversales generados por uno de los conjuntos se cancelen con los generados por el otro. De esta forma desaparecen los modos transversales y, sin embargo, como se sigue manteniendo la unidireccionalidad longitudinal en la dirección corriente abajo, se cancela, en la región correspondiente, el ruido primario por medio del secundario.

5.4. ANALISIS COMPARATIVO DE LA PROPAGACION DE MODOS TRANSVERSALES EN CONDUCTOS DE SECCION RECTANGULAR Y CUADRADA. FRECUENCIA DEL PRIMER MODO TRANSVERSAL EXCITADO POR FUENTES SECUNDARIAS MONTADAS EN LAS PAREDES DE LADOS MAS CORTOS DE UN CONDUCTO DE SECCION RECTANGULAR. EN EL CASO QUE NO HAYA CORRIENTE DE AIRE.

En los conductos de sección rectangular, diseñados al objeto de mejorar la atenuación activa de modos transversales, se montarán los altavoces de las fuentes secundarias, destinadas a la atenuación longitudinal, en las paredes de lados más cortos, según se indica en la siguiente figura.

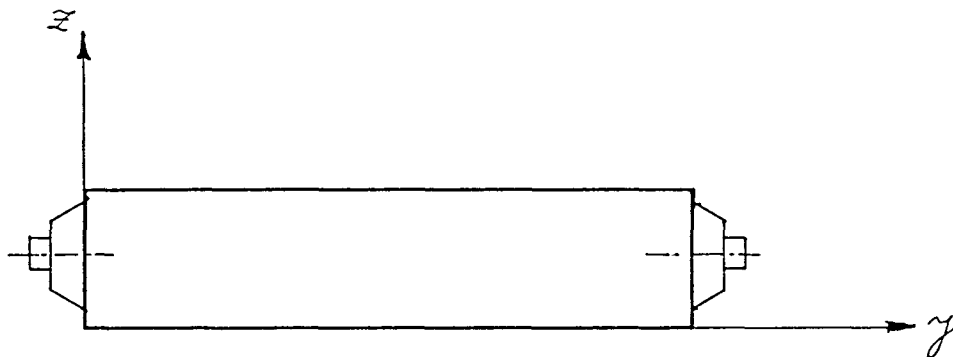


Figura 5.1. Distribución de altavoces en la sección rectangular de un conducto.

Las funciones $\phi(y,z)$ que satisfacen $(\delta\phi/\delta n)=0$, en las paredes del conducto, según apartado 4.3.1.2, [ref.17], se expresarán:

$$(1) \quad \phi = \sum_{m,n} \phi_{mn}$$

siendo la función $\phi_{m,n}$ de la forma:

$$\phi_{mn} = \cos(m\pi y/b) \cos(n\pi z/a)$$

donde m y n pertenecen al conjunto de números naturales (N)

En efecto:

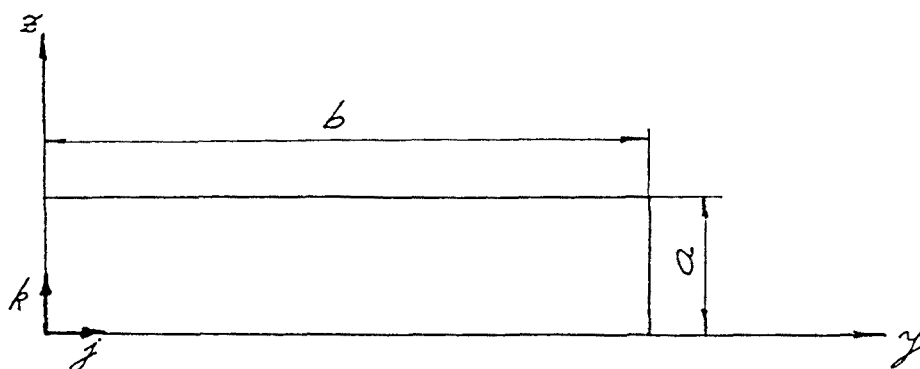


Figura 5.2. Dimensiones de la sección rectangular de un conducto.

$$\frac{d\phi}{dy} k + \frac{d\phi}{dz} j = - \left(\frac{m\pi}{b} \right) \sin \frac{m\pi y}{b} \cos \frac{n\pi z}{a} k - \left(\frac{n\pi}{a} \right) \sin \frac{n\pi z}{a} \cos \frac{m\pi y}{b} j$$

$$\text{En pared } y=0 \dots\dots\dots \left(\frac{d\phi_{mn}}{dn} \right)_{y=0} = - \frac{n\pi}{a} \sin \frac{n\pi z}{a} j$$

$$\text{En pared } y=b \dots\dots\dots \left(\frac{d\phi_{mn}}{dn} \right)_{y=b} = - \frac{n\pi}{a} \sin \frac{n\pi z}{a} \cos m\pi j$$

$$\text{En pared } z=0 \dots\dots\dots \left(\frac{d\phi_{mn}}{dn} \right)_{z=0} = - \frac{m\pi}{b} \sin \frac{m\pi y}{b} k$$

$$\text{En pared } z=a \dots\dots\dots \left(\frac{d\phi_{mn}}{dn} \right)_{z=a} = - \frac{m\pi}{b} \sin \frac{m\pi y}{b} \cos n\pi k$$

Como $\phi = \sum_{m,n} \phi_{mn}$, entonces:

$$\left(\frac{d\phi}{dn}\right)_{y=0} = \sum_n \left[-\frac{n\pi}{a} \operatorname{sen}\frac{n\pi z}{a} j\right] = 0$$

$$\left(\frac{d\phi}{dn}\right)_{y=b} = \sum_{m,n} \left[-\frac{n\pi}{a} \operatorname{sen}\frac{n\pi z}{a} \cos m\pi j\right] = 0$$

$$\left(\frac{d\phi}{dz}\right)_{z=0} = \sum_m \left[-\frac{m\pi}{b} \operatorname{sen}\frac{m\pi y}{b} k\right] = 0$$

$$\left(\frac{d\phi}{dz}\right)_{z=a} = \sum_{m,n} \left[-\frac{m\pi}{b} \operatorname{sen}\frac{m\pi y}{b} \cos n\pi k\right] = 0$$

lo que demuestra que la función

$$\phi = \sum_{m,n} [\cos(m\pi y/b) \cos(n\pi z/a)]$$

cumple la condición $(d\phi/dn)=0$, en las paredes del conducto, lo que indica que éstas son completamente duras, hipótesis bajo la cual se analiza el problema.

La distribución no uniforme de fuentes, en los lados más cortos de la sección rectangular del conducto, puede expresarse, en forma de transformada de Fourier, del siguiente modo:

$$(2) \quad q(y,z,w) = \frac{1}{2a} [\delta(y) f(z,w) + \delta(y-b) g(z,w)]$$

siendo

$$(3) \quad f(z,w) = \sum_n a_n(w) \cos \frac{n\pi z}{a}$$

$$(4) \quad g(z, w) = \sum_n b_n(w) \cos \frac{n\pi z}{a}$$

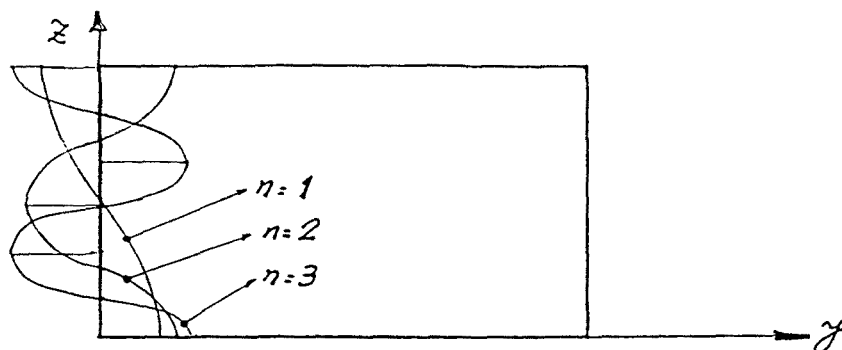


Figura 5.3. Términos de la función $f(z, w)$, correspondiente a una distribución no uniforme de fuentes en la pared $y=0$ del conducto. [17]

y, por consiguiente, la determinación de los coeficientes $a_{mn}(w)$, correspondientes a la presión total del campo:

$$(5) \quad p(x, t) = \int dw \sum_m \sum_n a_{mn}(w) \frac{w}{2k_{mn}} \phi(y, z) e^{i(\omega t - k_{mn}|x|)},$$

se realiza por aplicación de la siguiente ecuación (6), según se demuestra en el trabajo de Swinbanks [17] (apartado 4.3.1.2.),

$$(6) \quad a_{mn}(w) = \iint_{\text{sección transversal}} q(y, z, w) \phi(y, z) dy dz$$

que en este caso queda:

$$(7) \quad a_{mn}(w) = \frac{1}{2a} \int_0^b dy \int_0^a dz [\delta(y) f(z, w) + \delta(y-b) g(z, w)] \sum_{m,n} \cos \frac{m\pi y}{b} \cos \frac{n\pi z}{a}$$

es decir:

$$a_{mn} = \frac{1}{2a} \int_0^b dy \int_0^a dz [\delta(y) \sum_n a_n(w) \cos \frac{n\pi z}{a} +$$

$$+ \delta(y-b) \sum_n b_n(w) \cos \frac{n\pi z}{a} \sum_{m,n} \cos \frac{m\pi y}{b} \cos \frac{n\pi z}{a}$$

a partir de la cual, dando valores a los subíndices m y n , se obtienen todos los coeficientes $a_{mn}(w)$. Sin embargo, basta desarrollar la expresión del coeficiente general a_{mn} y, luego, particularizando se determinará cada coeficiente concreto.

$$\begin{aligned} a_{mn} &= \frac{1}{2a} \int_0^b dy \int_0^a dz \left[\delta(y) a_n \cos \frac{n\pi z}{a} + \delta(y-b) b_n \cos \frac{n\pi z}{a} \right] \cos \frac{m\pi y}{b} \cos \frac{n\pi z}{a} = \\ &= \frac{1}{2a} \int_0^b dy \cos \frac{m\pi y}{b} \int_0^a dz [a_n \delta(y) + b_n \delta(y-b)] \cos^2 \frac{n\pi z}{a} = \\ &= \frac{1}{2a} \int_0^b [a_n \delta(y) + b_n \delta(y-b)] \cos \frac{m\pi y}{b} dy \int_0^a \cos^2 \frac{n\pi z}{a} dz \end{aligned}$$

siendo:

$$\int_0^a \cos^2 \frac{n\pi z}{a} dz = \frac{1}{2} \left[\frac{a}{2n\pi a} \sin 2 \frac{n\pi z}{a} + z \right]_0^a$$

por lo que :

$$\begin{aligned} a_{mn} &= \frac{1}{2a} \int_0^b [a_n \delta(y) + b_n \delta(y-b)] \cos \frac{m\pi y}{b} \frac{1}{2} \left[z + \frac{a}{2n\pi} \sin 2 \frac{n\pi z}{a} \right]_0^a dy = \\ &= \frac{1}{4a} \int_0^b [a_n \delta(y) + b_n \delta(y-b)] \cos \frac{m\pi y}{b} a dy = \\ &= \frac{1}{4} \left[\int_0^b a_n \delta(y) \cos \frac{m\pi y}{b} dy + \int_0^b b_n \delta(y-b) \cos \frac{m\pi y}{b} dy \right] = \\ &= \frac{1}{4} [a_n + (-1)^m b_n] \end{aligned}$$

es decir:

$$(8) \quad a_{mn}(w) = \frac{1}{4} [a_n(w) + (-1)^m b_n(w)]$$

Utilizando la ecuación anterior, puede determinarse:

$$a_{00} = \frac{1}{4} [a_0 + (-1)^0 b_0] = \frac{1}{4} [a_0 + b_0]$$

$$a_{n0} = \frac{1}{4} [a_0 + (-1)^n b_0]$$

$$a_{0n} = \frac{1}{4} [a_n + (-1)^0 b_n] = \frac{1}{4} [a_n + b_n]$$

Estos coeficientes quedan definidos por la matriz:

$$(9) \quad \frac{1}{4} \begin{bmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} & \dots\dots\dots \\ a_{10} & a_{11} & a_{11} & \dots\dots\dots \\ a_{20} & a_{21} & a_{22} & \dots\dots\dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \end{bmatrix}$$

que, teniendo en cuenta (8), se expresará:

$$(10) \quad \frac{1}{4} \begin{bmatrix} a_0+b_0 & a_1+b_1 & a_2+b_2 & \dots\dots\dots \\ a_0-b_0 & a_1-b_1 & a_2-b_2 & \dots\dots\dots \\ a_0+b_0 & a_1+b_1 & a_2+b_2 & \dots\dots\dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \end{bmatrix}$$

donde puede apreciarse que:

$$(11) \quad a_{00} + a_{22} = a_{02} + a_{20}$$

cosa que no sucede con los elementos de las dos primeras filas, en que

$$a_{00} + a_{11} \neq a_{01} + a_{10}$$

Por tanto, resulta evidente que, siendo $a_{00} \neq 0$, alguno de los restantes tres términos de (11) debe ser no nulo.

Así, tomando la siguiente combinación:

$$(12) \quad a_1 = b_1 = 0 \quad ; \quad a_0 = b_0 \quad , \quad a_2 = b_2$$

que, por cierto, pone de manifiesto la igualdad de las funciones $f(z,w)$ y $g(z,w)$, como debe suceder por tratarse de fuentes idénticas, situadas en paredes opuestas, se tendrá:

$$(13) \quad \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 2a_0 & 0 & 2a_2 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots \\ 2a_0 & 0 & 2a_2 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

Por consiguiente, el menor coeficiente no nulo, y que, por lo tanto, da lugar a propagación (ecuación 5) de modo transversal, a parte de a_{00} es a_{02} o bien a_{20} .

Las frecuencias propias transversales, en un conducto de sección rectangular, se expresan, de acuerdo con el apartado 2.11, por:

$$w = \pi c \sqrt{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}}$$

Considerando el menor coeficiente $a_{mn} = a_{20}$, se tiene:

$$w_z = w_{20} = \pi c \sqrt{\left[\frac{2^2}{a^2} + 0\right]} = \frac{2\pi c}{a} = 2 w_{cz}$$

donde w_{cz} es la frecuencia angular de corte del conducto, en la dirección del eje z .

Considerando, asimismo, el menor coeficiente $a_{mn}=a_{02}$, se tiene:

$$w_y = w_{02} = \pi c \sqrt{0 + \frac{2^2}{b^2}} = \frac{2\pi c}{b} = 2 w_{cy}$$

donde w_{cy} es la frecuencia angular de corte del conducto, en la dirección del eje y.

En el caso de un conducto, cuya sección sea de 800 mm x 102mm y que tenga una longitud de 5m, la frecuencia de corte transversal, según la dirección del eje y, es de 212,5 Hz, (apartado 2.11, ref.[1]), por lo que, con la distribución de fuentes secundarias presentada en este apartado, el primer modo transversal que se propagará en esta dirección, tendrá una frecuencia de 425 Hz.

La frecuencia de corte transversal en la dirección del eje z, es de 1666,6 Hz, por lo que con la misma distribución de fuentes, el primer modo que se propagará, en la dirección del lado más corto, z, del conducto, tendrá una frecuencia de 3333,3 Hz.

Puesto que las frecuencias a las que aparecen picos importantes del ruido primario, en el conducto del equipo de aire acondicionado utilizado como referencia, oscilan entre 150 Hz y 2000 Hz, se consigue, mediante el diseño de conducto rectangular con altavoces en los lados más cortos, que éstos (fuentes secundarias) no exciten el modo transversal de dirección z. Producirán, sin embargo, la excitación de modos transversales en la dirección y, pero éstos podrán atenuarse mediante la aplicación de la absorción activa transversal, que se propone en el presente

trabajo.

Sin embargo, en un conducto de sección cuadrada de lado a , con las fuentes secundarias distribuidas no uniformemente en las cuatro paredes del conducto, caso correspondiente a la mayor frecuencia del primer modo transversal propagado, se obtiene para ésta el valor :

$$w = 2,8 w_c$$

siendo $w_c = \pi c/a$ la frecuencia de corte de dicho conducto.[1]

En el caso de un conducto de sección cuadrada de lado 286 mm, cuya área es la misma que la del conducto rectangular de 800 mm x 102 mm, se obtiene una frecuencia de corte transversal de 594 Hz, por lo que el primer modo transversal propagado se produce a una frecuencia de 1663 Hz. Este modo transversal propagado es excitado fácilmente debido al rango de frecuencias de trabajo y, a diferencia del de 425 Hz, que aparece en la dirección y del conducto de sección rectangular, no puede ser atenuado tan fácilmente mediante la absorción activa, ya que se propaga en las dos direcciones transversales del conducto, resultando, por ello, más difícil de controlar.

Lo anteriormente expuesto pone de manifiesto que el diseño de la sección del conducto constituye un factor influyente en la eficacia de la eliminación de los modos de propagación transversal.

5.5. PROPAGACION LONGITUDINAL DEL MODO DE ONDA PLANA Y DE MODOS TRANSVERSALES, EXCITADOS POR FUENTES SECUNDARIAS MONTADAS EN LAS PAREDES DE LADOS MAS CORTOS DE UN CONDUCTO DE SECCION RECTANGULAR, EN EL CASO DE PRESENCIA DE CORRIENTE DE AIRE.

La presión acústica $p(r,t)$, en un conducto sin que haya corriente de aire, satisface la ecuación de onda no homogénea.

$$(1) \quad \left(\frac{\delta^2}{\delta t^2} - c^2 \nabla^2 \right) p(r,t) = c^2 \frac{\delta}{\delta t} Q(r,t)$$

donde $Q(r,t)$ es la densidad de fuentes, definida en el apartado 4.3.1.2., [ref.17], y c es la velocidad de propagación del sonido.

En el caso, más general, en que haya corriente de aire, la presión acústica satisfará la ecuación de onda no homogénea siguiente :

$$(2) \quad \left[\left(\frac{\delta}{\delta t} + M c \frac{\delta}{\delta x} \right)^2 - c^2 \nabla^2 \right] p(r,t) = c^2 \left(\frac{\delta}{\delta t} + M c \frac{\delta}{\delta x} \right) Q(r,t)$$

es decir

$$\begin{aligned} \left(\frac{\delta^2}{\delta t^2} + 2 M c \frac{\delta}{\delta t} \frac{\delta}{\delta x} + M^2 c^2 \frac{\delta^2}{\delta x^2} - c^2 \nabla^2 \right) p(r,t) = \\ = c^2 \left(\frac{\delta}{\delta t} + M c \frac{\delta}{\delta x} \right) Q(r,t) \end{aligned}$$

en la que aplicando la transformación de Fourier, se tiene:

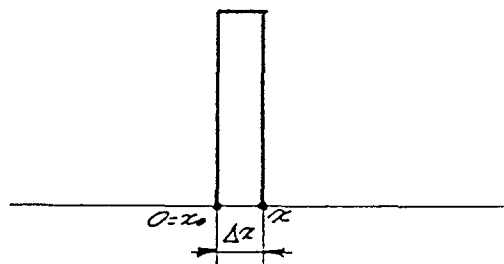
$$(3) \quad \left[(i\omega)^2 + 2 M c i \omega \frac{\delta}{\delta x} + M^2 c^2 \frac{\delta^2}{\delta x^2} - c^2 \nabla^2 \right] p(r,\omega) =$$

$$= c^2 \left(i w + M c \frac{\delta}{\delta x} \right) Q(r, t)$$

dividiendo, miembro a miembro, por c^2

$$\begin{aligned} \left(-\frac{w^2}{c^2} + \frac{2M}{c} i w \frac{\delta}{\delta x} + M^2 \frac{\delta^2}{\delta x^2} - \nabla^2 \right) p(r, w) = \\ = \left(i w + M c \frac{\delta}{\delta x} \right) \delta(x) q(y, z, w) \end{aligned}$$

donde $\delta(x)$ es una función tal que es nula cuando la variable x es distinta de cero y es igual a uno cuando dicha variable x vale cero. La función $\delta(x)$ tiene las características, pues, de una función impulso.



$$\delta(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \delta(\Delta x) = \delta(0) = 1$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{w^2}{c^2} + \nabla^2 \right) p(r, w) + \left(-\frac{2M}{c} i w \frac{\delta}{\delta x} - M^2 \frac{\delta^2}{\delta x^2} \right) p(r, w) = \\ = -i w \delta(x) q(y, z, w) - M c \frac{\delta}{\delta x} \delta(x) q(y, z, w) \end{aligned}$$

$$(4) \quad \frac{\delta^2}{\delta y^2} p + \frac{\delta^2}{\delta z^2} p + \frac{w^2}{c^2} p = -\frac{\delta^2}{\delta x^2} p - i w \delta(x) q +$$

$$+ \frac{2M}{c} i w \frac{\delta}{\delta x} p + M^2 \frac{\delta^2}{\delta x^2} p - M c \frac{\delta}{\delta x} \delta(x) q$$

Resolviéndola por separación de variables [ref.19]:

$$p(r,w) = p(x,y,z,w) = X(x,w) \phi(y,z)$$

$$\frac{\delta p}{\delta y} = \frac{\delta \phi}{\delta y} X \quad \frac{\delta p}{\delta z} = \frac{\delta \phi}{\delta z} X \quad \frac{\delta p}{\delta x} = \phi \frac{\delta X}{\delta x}$$

$$\frac{\delta^2 p}{\delta y^2} = \frac{\delta^2 \phi}{\delta y^2} X \quad \frac{\delta^2 p}{\delta z^2} = \frac{\delta^2 \phi}{\delta z^2} X \quad \frac{\delta^2 p}{\delta x^2} = \phi \frac{\delta^2 X}{\delta x^2}$$

luego:

$$(5) \quad \frac{\delta^2 \phi}{\delta y^2} X + \frac{\delta^2 \phi}{\delta z^2} X + \frac{w^2}{c^2} X \phi =$$

$$= - \phi \frac{\delta^2 X}{\delta x^2} - i w \delta(x) q(y,z,w) + \frac{2M}{c} i w \phi \frac{\delta X}{\delta x} + M^2 \phi \frac{\delta^2 X}{\delta x^2}$$

en la que se ha anulado el término $-Mc(\delta/\delta x)\delta(x)q(y,z,w)$, que puede ser expresado $-Mcq(y,z,w)(\delta/\delta x)\delta(x)$, por ser nula la derivada de una función impulso.

Expresando

$$q(y,z,w) = a(w) \phi(y,z,w)$$

se tendrá:

$$(6) \quad \frac{\delta^2 \phi}{\delta y^2} X + \frac{\delta^2 \phi}{\delta z^2} X + \frac{w^2}{c^2} X \phi = - \phi \frac{\delta^2 X}{\delta x^2} -$$

$$- i w \delta(x) a(w) \phi(y,z) + \frac{2M}{c} i w \phi \frac{\delta X}{\delta x} + M^2 \phi \frac{\delta^2 X}{\delta x^2}$$

es decir

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\delta^2 \phi}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 \phi}{\delta z^2} + \frac{w^2}{c^2} \phi \right] X = \\ & = - \phi \left[\frac{\delta^2 X}{\delta x^2} + i w \delta(x) a(w) - \frac{2M}{c} i w \frac{\delta X}{\delta x} - M^2 \frac{\delta^2 X}{\delta x^2} \right] \end{aligned}$$

que agrupando términos se expresa:

$$\begin{aligned} (7) \quad & \left[\frac{\delta^2 \phi}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 \phi}{\delta z^2} + \frac{w^2}{c^2} \phi \right] X = \\ & = - \phi \left[(1-M^2) \frac{\delta^2 X}{\delta x^2} - i w \frac{2M}{c} \frac{\delta X}{\delta x} + i w \delta(x) a(w) \right] \end{aligned}$$

donde dividiendo, miembro a miembro, por ϕX , se obtiene:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\phi} \left[\frac{\delta^2 \phi}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 \phi}{\delta z^2} \right] + \frac{w^2}{c^2} = \\ & = - \frac{1}{X} \left[(1-M^2) \frac{\delta^2 X}{\delta x^2} - i w \frac{2M}{c} \frac{\delta X}{\delta x} + i w \delta(x) a(w) \right] \end{aligned}$$

es decir

$$\begin{aligned} (8) \quad & \frac{1}{\phi} \left[\frac{\delta^2 \phi}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 \phi}{\delta z^2} \right] = - \frac{w^2}{c^2} - \\ & - \frac{1}{X} \left[(1-M^2) \frac{\delta^2 X}{\delta x^2} - i w \frac{2M}{c} \frac{\delta X}{\delta x} + i w \delta(x) a(w) \right] \end{aligned}$$

que, como el primer miembro es independiente de x y el segundo lo es de y y de z , serán iguales, entre sí, si ambos son iguales a una constante. Sea ésta $-\mu^2/c^2$.

Con lo que el primer miembro quedará

$$\frac{1}{\phi(y,z)} \left[\frac{\delta^2 \phi}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 \phi}{\delta z^2} \right] = - \frac{\mu^2}{c^2}$$

es decir

$$(9) \quad \frac{\delta^2 \phi}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 \phi}{\delta z^2} + \frac{\mu^2}{c^2} \phi = 0$$

siendo $\phi(y,z)$ la solución transversal de la ecuación homogénea, que coincide con la misma expresión que en el caso de no existir corriente de aire. (apartado 4.3.1.2; ecuación 4)[ref.17].

Del mismo modo, el segundo miembro quedará :

$$(10) \quad - \frac{w^2}{c^2} - \frac{1}{X} \left[(1-M^2) \frac{\delta^2 X}{\delta x^2} - i w \frac{2M}{c} \frac{\delta X}{\delta x} + i w \delta(x) a(w) \right] = - \frac{\mu^2}{c^2}$$

donde multiplicando, miembro a miembro, por X y agrupando coeficientes se tendrá :

$$(1-M^2) \frac{\delta^2 X}{\delta x^2} - i w \frac{2M}{c} \frac{\delta X}{\delta x} + \left(\frac{w^2 - \mu^2}{c^2} \right) X = - i w \delta(x) a(w)$$

que llamando

$$(11) \quad \frac{w^2 - \mu^2}{c^2} = k^2$$

se tendrá:

$$(12) \quad (1-M^2) \frac{\delta^2 X}{\delta x^2} - i w \frac{2M}{c} \frac{\delta X}{\delta x} + k^2 X = - i w a(w) \delta(x)$$

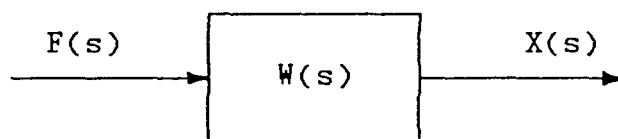
Aplicando la transformación de Laplace, [ref.20], se tiene:

$$(13) \quad [(1-M^2) s^2 - i w \frac{2M}{c} s + k^2] X(s) = F(s)$$

La transmitancia será:

$$(14) \quad \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{(1 - M^2) s^2 - i w \frac{2M}{c} s + k^2} = W(s)$$

$$X(s) = W(s) F(s)$$



$$X(s) = \frac{1}{(1 - M^2) s^2 - i w \frac{2M}{c} s + k^2} F(s)$$

luego

$$(15) \quad X(s) = \frac{1}{(1 - M^2) s^2 - i w \frac{2M}{c} s + k^2} [- i w a(w)]$$

ya que

$$F(s) = L[- i w a(w) \delta(x)] = - i w a(w) L[\delta(x)] = - i w a(w)$$

puesto que $\delta(x)$ es una función impulso unitario.

Las raices del denominador de la función de transferencia serán:

$$(1 - M^2) s^2 - i w \frac{2M}{c} s + k^2 = 0$$

$$s = \frac{\frac{i w M}{c} \pm \sqrt{[i^2 w^2 \frac{M^2}{c^2} - (1 - M^2) k^2]}}{1 - M^2}$$

$$s = \frac{i w M}{c (1 - M^2)} \pm \sqrt{\left[\frac{-w^2 M^2}{c^2 (1 - M^2)^2} - \frac{(1 - M^2) k^2}{(1 - M^2)^2} \right]}$$

o lo que es lo mismo:

$$s = \frac{i w M}{c (1 - M^2)} \pm i \sqrt{\left[\frac{w^2 M^2}{c^2 (1 - M^2)^2} + \frac{k^2}{1 - M^2} \right]}$$

es decir

$$s = i \left\{ \frac{w M}{c (1 - M^2)} \pm \sqrt{\left[\frac{w^2 M^2}{c^2 (1 - M^2)^2} + \frac{k^2}{1 - M^2} \right]} \right\}$$

Llamando, para abreviar:

$$m = \frac{w M}{c (1 - M^2)} \qquad n = \frac{k^2}{1 - M^2}$$

s se escribirá:

$$s = i (m \pm \sqrt{m^2 + n})$$

Con ello

$$\begin{aligned} X(s) &= \frac{-i w a(w)}{(1 - M^2) s^2 - i w \frac{2M}{c} s + k^2} = \\ &= \frac{A_1}{s - i(m + \sqrt{m^2 + n})} + \frac{A_2}{s - i(m - \sqrt{m^2 + n})} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{A_1\{s - i(m - f[m^2+n])\} + A_2\{s - i(m + f[m^2+n])\}}{(1-M^2)s^2 - i w \frac{2M}{c} s + k^2} = \\
&= \frac{s(A_1+A_2) - i(A_1m+A_2m-A_1f[m^2+n]+A_2f[m^2+n])}{(1-M^2)s^2 - i w \frac{2M}{c} s + k^2}
\end{aligned}$$

de donde identificando los coeficientes de s entre los numeradores de ambos miembros, se tiene:

$$\begin{cases} A_1 + A_2 = 0 \\ mA_1 + mA_2 - f[m^2+n] A_1 + f[m^2+n] A_2 = w a(w) \end{cases}$$

$$A_2 = -A_1$$

$$mA_1 - mA_1 - f[m^2+n] A_1 + f[m^2+n] A_1 = w a(w)$$

$$-2f[m^2+n] A_1 = w a(w)$$

luego:

$$A_1 = \frac{-w a(w)}{2 f[m^2+n]}$$

y

$$A_2 = \frac{w a(w)}{2 f[m^2+n]}$$

Por tanto:

$$X(s) = \frac{\frac{-w a(w)}{2 f[m^2+n]}}{s - i(m + f[m^2+n])} + \frac{\frac{w a(w)}{2 f[m^2+n]}}{s - i(m - f[m^2+n])}$$

donde aplicando las transformadas inversas de Laplace, se obtiene:

$$\begin{aligned}
 X(x, w) &= \frac{-w a(w)}{2f[m^2+n]} e^{i(m+f[m^2+n])x} + \frac{w a(w)}{2f[m^2+n]} e^{i(m-f[m^2+n])x} = \\
 &= \frac{w a(w)}{2f[m^2+n]} e^{imx} \left(-e^{if[m^2+n]x} + e^{-if[m^2+n]x} \right)
 \end{aligned}$$

Sin embargo, se tendrá sólo en cuenta el término con exponente negativo, ya que solamente puede existir propagación de ondas hacia el exterior. Por consiguiente :

$$\begin{aligned}
 (16) \quad X(x, w) &= \\
 &= \frac{w a(w)}{2f\left[\frac{w^2 M^2}{c^2(1-M^2)^2} + \frac{k^2}{1-M^2}\right]} e^{-if\left[\frac{w^2 M^2}{c^2(1-M^2)^2} + \frac{k^2}{1-M^2}\right]x} e^{i\frac{w M}{c(1-M^2)}x}
 \end{aligned}$$

Sustituyendo en el radicando k por su valor, se tiene:

$$\begin{aligned}
 \frac{w^2 M^2}{c^2(1-M^2)^2} + \frac{w^2 - \mu^2}{(1-M^2) c^2} &= \frac{w^2 M^2 + (1-M^2)(w^2 - \mu^2)}{c^2(1-M^2)^2} = \\
 &= \frac{w^2 M^2 + w^2 - \mu^2 - M^2 w^2 + M^2 \mu^2}{c^2(1-M^2)^2} = \frac{w^2 - \mu^2(1-M^2)}{c^2(1-M^2)^2}
 \end{aligned}$$

con lo que la anterior ecuación quedará, finalmente, expresada:

$$(17) \quad X(x, w) = \frac{w a(w) c(1-M^2)}{2f[w^2 - \mu^2(1-M^2)]} e^{-i\frac{f[w^2 - \mu^2(1-M^2)]}{c(1-M^2)}x} e^{i\frac{w M}{c(1-M^2)}x}$$

Si $w^2 - \mu^2(1-M^2)$ es negativo, lo cual sucede para frecuencias de excitación w menores que $\mu(1-M^2)$, se obtiene,

en el primer factor exponencial, la raíz cuadrada de un número negativo, lo cual da lugar a un número imaginario que multiplicado por el propio número imaginario i , que la antecede, resulta un exponente real. Mientras que el exponente de la segunda función exponencial sigue siendo imaginario.

Por consiguiente, esta ecuación de la variación de presión, en función de la distancia x , se interpreta como una variación sinusoidal (el factor con exponente imaginario) pero de forma que su amplitud varía exponencialmente, con la citada distancia, como indica el factor con exponente real.

Debe aclararse, sin embargo, que para este exponente real se utiliza el signo negativo de la raíz cuadrada, ya que la exponencial debe ser decreciente, pues sería absurdo que la amplitud de la presión sonora creciera con la distancia.

De lo anterior se concluye que la corriente de aire, a lo largo de un conducto, produce una reducción de las frecuencias de corte del mismo en el factor $(1-M^2)^{1/4}$.

En un conducto de sección rectangular, la presencia de corriente de aire dará lugar a las siguientes frecuencias de corte

$$(18) \quad w_{cz} \text{ corriente aire} = w_{cz}(1-M^2)^{1/4} = (\pi c/a)(1-M^2)^{1/4}$$

$$(19) \quad w_{cy} \text{ corriente aire} = w_{cy}(1-M^2)^{1/4} = (\pi c/b)(1-M^2)^{1/4}$$

siendo a y b las longitudes de los lados de la sección,

según los ejes z e y , respectivamente.

En el caso del conducto de referencia, utilizado en este trabajo, de 800 mm por 102 mm, en su sección recta, y considerando una corriente de aire de velocidad $v = 10$ m/s, se obtendrán las siguientes frecuencias de corte en direcciones z e y :

$$w_{c\text{cte. aire}} = w_{cz}(1-M^2)^{1/2} = 212,5 [1-(10/340)^2]^{1/2} = 212,4$$

y

$$w_{cy\text{cte. aire}} = w_{cy}(1-M^2)^{1/2} = 1666,6 [1-(10/340)^2]^{1/2} = 1665,8$$

Por lo que los primeros modos transversales, respectivos, que se propagarán longitudinalmente, de acuerdo con la distribución de fuentes secundarias en los lados más cortos, según se especifica en el apartado anterior (5.4), serán:

$$w_z = 2 w_{cz} \text{ corriente aire}$$

y

$$w_y = 2 w_{cy} \text{ corriente aire}$$

Por lo tanto, al igual que ocurría en el caso estacionario, para el rango de frecuencias de trabajo de las fuentes secundarias, no se produce excitación de modos transversales en la dirección z y los que se producen en la dirección y serán objeto de atenuación transversal.

La presión sonora quedará expresada :

$$p(r, w) = \phi(y, z) X(x, w)$$

es decir:

$$p(r, w) = \phi(y, z) \frac{w a(w) c(1-M^2)}{2f[w^2 - \mu^2(1-M^2)]} e^{-i \frac{f[w^2 - \mu^2(1-M^2)]}{c(1-M^2)} x} e^{i \frac{w M}{c(1-M^2)} x}$$

donde aplicando la transformada inversa de Fourier [ref.21], se obtendrá:

$$p(r, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(y, z) \frac{w a(w) c(1-M^2)}{2f[w^2 - \mu^2(1-M^2)]} e^{-i \frac{f[w^2 - \mu^2(1-M^2)]}{c(1-M^2)} x} e^{i \frac{w M}{c(1-M^2)} x} e^{i w t} dw$$

y por tanto:

$$(20) \quad p(r, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(y, z) \frac{w a(w) c(1-M^2)}{2f[w^2 - \mu^2(1-M^2)]} e^{i \{ w t - (\frac{f[w^2 - \mu^2(1-M^2)]}{c(1-M^2)} - \frac{w M}{c(1-M^2)}) x \}} dw$$

expresión que, para el modo de onda plana, se reduce a :

$$(21) \quad p(r, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(y, z) \frac{w a(w) c(1-M^2)}{2w} e^{i w [t - \frac{1-M}{c(1-M^2)} x]} dw$$

ya que, en este caso, $\mu=0$.

Teniendo, además, en cuenta que

$$(1-M^2) = (1+M)(1-M)$$

y sustituyéndolo en la ecuación (21), se obtiene:

$$(22) \quad p(r, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(y, z) a(w) \frac{c(1-M^2)}{2} e^{i w [t - \frac{1}{c(1+M)} x]} dw$$

o bien, teniendo en cuenta que

$$\phi = \sum_{m, n} \phi_{mn}$$

siendo ϕ_{mn} , para el caso del conducto de referencia,

$$\phi_{mn} = \cos \frac{m\pi y}{b} \cos \frac{n\pi z}{a} \quad ; \quad m, n \in \mathbb{N}$$

y que

$$a_{mn}(w) = \frac{1}{4} [a_n(w) + (-1)^m b_n(w)],$$

en el caso del conducto de sección rectangular, se tendrá :

$$(23) \quad p(r, t) = \int_{-\infty}^{\infty} dw \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{mn}(w) \phi_{mn} \frac{c(1-M^2)}{2} e^{i w [t - \frac{1}{c(1+M)} x]}$$

que, siendo las fuentes secundarias de la forma:

$$q(r, w) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{mn}(w) \phi_{mn} \quad ,$$

se expresará :

$$(24) \quad p(r, t) = \int_{-\infty}^{\infty} q(r, w) \frac{c(1-M^2)}{2} e^{i w [t - \frac{1}{c(1+M)} x]} dw$$

Y teniendo en cuenta que, según la ecuación (2) del apartado anterior (5.4), la distribución de fuentes en los lados más cortos de la sección rectangular del conducto,

expresada en forma de transformada de Fourier, es:

$$q(y,z,w) = (1/2a)[\delta(y) f(z,w) + \delta(y-b) g(z,w)]$$

pero que como, según se comprueba por la relación de coeficientes [ecuación (12), apartado 5.4], $f(z,w)$ y $g(z,w)$ son iguales, se podrá expresar:

$$q(y,z,w) = (1/2a) f(z,w) [\delta(y)+\delta(y-b)]$$

Con ello, la ecuación de la propagación quedará :

$$(25) \quad p(r,t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2a} f(z,w) [\delta(y)+\delta(y-b)] \frac{c(1-M^2)}{2} e^{iw[t - \frac{x}{c(1+M)}]} dw$$

es decir:

$$(26) \quad p(r,t) = \frac{c(1-M^2)}{4a} [\delta(y)+\delta(y-b)] \int_{-\infty}^{\infty} f(z,w) e^{iw[t - \frac{x}{c(1+M)}]} dw$$

luego:

$$(27) \quad p(r,t) = \frac{c(1-M^2)}{4a} [\delta(y) + \delta(y-b)] f[z, t - \frac{x}{c(1+M)}]$$

además, dado que se produce emisión simultánea en las fuentes situadas en $y=0$ y en $y=b$, se podrá escribir:

$$(28) \quad p(r,t) = \frac{c(1-M^2)}{2a} f[z, t - \frac{x}{c(1+M)}]$$

Y, finalmente, considerando la propagación a una determinada altura z_0 del conducto, podrá expresarse :

$$(29) \quad p_{zo}(x,t) = \frac{c(1-M^2)}{2a} f_z \left[t - \frac{x}{c(1+M)} \right]$$

Observación: La transformada inversa de Fourier es :

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(w) e^{iwt} dw$$

El parámetro t del exponente de e de la anterior transformada inversa de Fourier es equivalente, en nuestro caso, a $[t - x/c(1+M)]$.

5.6. PROPAGACION TRANSVERSAL, EN LA DIRECCION DEFINIDA POR EL LADO MAYOR DE LA SECCION RECTANGULAR DEL CONDUCTO, DE MODOS TRANSVERSALES EXCITADOS POR FUENTES SECUNDARIAS MONTADAS EN LAS PAREDES DE LADOS MAS CORTOS.

La densidad de fuentes secundarias se expresa por :

$$Q(r,w) = Q(x,y,z,w) = \frac{1}{2a} [\delta(y) f(z,w) + \delta(y-b) g(z,w)] + \frac{1}{2l} [\delta(y) h(x,w) + \delta(y-b) k(x,w)]$$

donde a es la dimensión del lado más corto de la sección rectangular del conducto y l es la longitud del mismo, como se muestra en la siguiente figura nº 5.4.

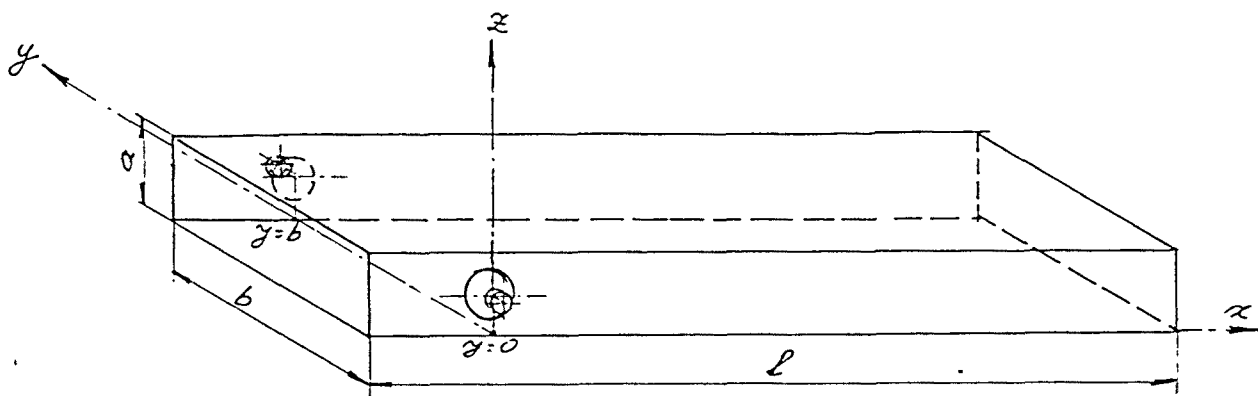


Figura 5.4. Posición de un anillo de altavoces en un conducto de sección rectangular.

siendo

$$f(z,w) = g(z,w) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(w) \cos \frac{n\pi z}{a}$$

Si se considera que l es muy grande, en comparación con las dimensiones de la sección, el término:

$$\frac{1}{2l} [\delta(y) h(x,w) + \delta(y-b) k(x,w)]$$

puede despreciarse.

Con ello, resulta :

$$Q(x,y,z,w) = \frac{1}{2a} [\delta(y) f(z,w) + \delta(y-b) g(z,w)]$$

y siendo $f(z,w) = g(z,w)$

quedará:

$$Q(y,z,w) = \frac{1}{2a} [\delta(y) + \delta(y-b)] f(z,w)$$

y expresando

$$Q(x,z,w) = [\delta(y) + \delta(y-b)] q(x,z,w)$$

se observa, entre ésta y la anterior, que:

$$(1) \quad q(x,z,w) = q(z,w) = \frac{1}{2a} f(z,w)$$

Por otro lado,

$$\phi_{mn}(x,z) = \cos \frac{m\pi x}{l} \cos \frac{n\pi z}{a}$$

$$\text{Si } l \longrightarrow \infty \quad ; \quad \cos \frac{m\pi x}{l} \longrightarrow 1$$

por tanto :

$$\phi_{mn}(x,z) = \phi_n(z) = \cos \frac{n\pi z}{a}$$

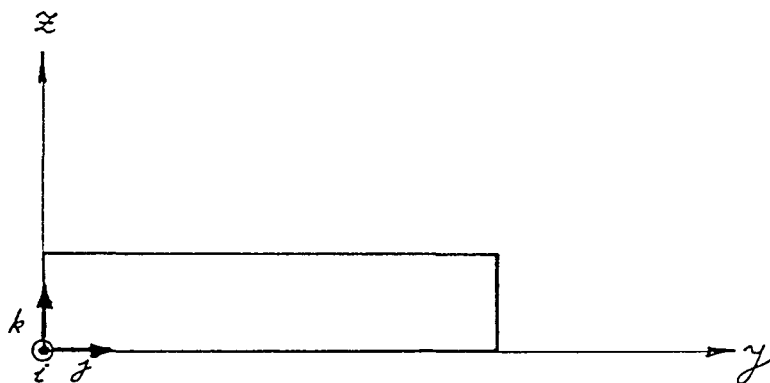
Luego, la función:

$$\phi = \sum_{m,n} \phi_{mn}(x,z) = \sum_n \phi_n(z)$$

cumple que :

$$\frac{\delta \phi}{\delta x} = 0$$

en las paredes del conducto. En efecto:



$$\frac{\delta \phi_n}{\delta t} j = - \frac{n\pi}{a} \operatorname{sen} \frac{n\pi z}{a} j$$

En la pared $z=0$

$$\left(\frac{\delta \phi_n}{\delta z} \right)_{z=0} = 0$$

y, como

$$(2) \quad \phi(x,z) = \sum_{m,n} \phi_{mn} = \sum_n \phi_n = \phi(z)$$

se tendrá:

$$\left(\frac{\delta \phi}{\delta z} \right)_{z=0} = \sum_n \left(\frac{\delta \phi_n}{\delta z} \right)_{z=0} = 0$$

La ecuación de onda, será:

$$(3) \quad \left(\frac{\delta^2}{\delta t^2} - c^2 \nabla^2 \right) p(r,t) = c^2 \frac{\delta}{\delta t} Q(r,t)$$

ya que no existe corriente de aire en la dirección y.

Aplicando la transformación de Fourier:

$$(4) \quad [(i w)^2 - c^2 \nabla^2] p(r, w) = c^2 i w Q(r, w)$$

Dividiendo, miembro a miembro, por c^2 :

$$(5) \quad \left(\frac{w^2}{c^2} + \nabla^2 \right) p(r, w) = - i w Q(r, w)$$

que, de acuerdo con (1), podrá expresarse:

$$(6) \quad \left(\frac{w^2}{c^2} + \nabla^2 \right) p(r, w) = - i w [\delta(y) + \delta(y-b)] q(z, w)$$

es decir:

$$(7) \quad \frac{w^2}{c^2} p + \frac{\delta^2 p}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 p}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 p}{\delta z^2} = - i w [\delta(y) + \delta(y-b)] q(z, w)$$

Resolviéndola por separación de variables.[19]

$$(8) \quad p(r, w) = p(x, y, z, w) = Y(y, w) \phi(x, z)$$

pero $\phi(x, z) = \phi(z)$, según la ecuación (2), por lo que:

$$(9) \quad p(r, w) = p(y, z, w) = Y(y, w) \phi(z)$$

Derivando:

$$\frac{\delta p}{\delta y} = \frac{\delta Y}{\delta y} \phi(z)$$

$$\frac{\delta^2 p}{\delta y^2} = \frac{\delta^2 Y}{\delta y^2} \phi(z)$$

$$\frac{\delta p}{\delta z} = Y \frac{\delta \phi}{\delta z}$$

$$\frac{\delta^2 p}{\delta z^2} = Y \frac{\delta^2 \phi}{\delta z^2}$$

luego, sustituyendo en la ecuación (7), se tendrá:

$$(10) \quad \frac{w^2}{c^2} Y(y, w) \phi(z) + \frac{\delta^2 Y}{\delta y^2} \phi(z) + Y \frac{\delta^2 \phi}{\delta z^2} =$$

$$= - i w [\delta(y) + \delta(y-b)] q(z, w)$$

expresando:

$$q(z, w) = a(w) \phi(z)$$

se tendrá:

$$Y \frac{\delta^2 \phi}{\delta z^2} + \frac{w^2}{c^2} Y \phi + \frac{\delta^2 Y}{\delta y^2} \phi =$$

$$= - i w [\delta(y) + \delta(y-b)] a(w) \phi$$

es decir:

$$\left[\frac{\delta^2 \phi}{\delta z^2} + \frac{w^2}{c^2} \phi \right] Y = - \phi \left\{ \frac{\delta^2 Y}{\delta y^2} + i w [\delta(y) + \delta(y-b)] a(w) \right\}$$

Dividiendo, miembro a miembro, por ϕY , se obtiene:

$$(11) \quad \frac{1}{\phi} \left[\frac{\delta^2 \phi}{\delta z^2} + \frac{w^2}{c^2} \phi \right] = - \frac{1}{Y} \left\{ \frac{\delta^2 Y}{\delta y^2} + i w [\delta(y) + \delta(y-b)] a(w) \right\}$$

o, lo que es lo mismo:

$$(12) \quad \frac{1}{\phi} \frac{\delta^2 \phi}{\delta z^2} = - \frac{w^2}{c^2} - \frac{1}{Y} \left\{ \frac{\delta^2 Y}{\delta y^2} + i w [\delta(y) + \delta(y-b)] a(w) \right\}$$

que como el primer miembro es independiente de y , y el segundo lo es de z , serán iguales, entre sí, si ambos son

iguales a una constante.

Sea ésta $-\mu^2/c^2$.

Con ello, el primer miembro quedará:

$$\frac{1}{\phi} \frac{\delta^2 \phi}{\delta z^2} = - \frac{\mu^2}{c^2}$$

es decir:

$$(13) \quad \frac{\delta^2 \phi(z)}{\delta z^2} + \frac{\mu^2}{c^2} \phi(z) = 0$$

siendo $\phi(z)$ la solución transversal de la ecuación homogénea.

El segundo miembro quedará:

$$- \frac{\mu^2}{c^2} = - \frac{w^2}{c^2} - \frac{1}{Y} \left\{ \frac{\delta^2 Y}{\delta y^2} + i w [\delta(y) + \delta(y-b)] a(w) \right\}$$

donde, pasando $-w^2/c^2$ al primer miembro y multiplicando ambos miembros por Y , se tiene:

$$\frac{w^2 - \mu^2}{c^2} Y(y, w) = - \frac{\delta^2 Y(y, w)}{\delta y^2} - i w [\delta(y) + \delta(y-b)] a(w)$$

que da lugar a:

$$(14) \quad \frac{\delta^2 Y(y, w)}{\delta y^2} + \frac{w^2 - \mu^2}{c^2} Y(y, w) = - i w [\delta(y) + \delta(y-b)] a(w)$$

y llamando

$$k^2 = \frac{w^2 - \mu^2}{c^2}$$

quedará:

$$(15) \quad \frac{\delta^2 Y(y, w)}{\delta y^2} + k^2 Y(y, w) = - i w [\delta(y) + \delta(y-b)] a(w)$$

donde $\delta(y)$ y $\delta(y-b)$ son funciones impulso unitario, ya que:

Para $y = 0$ $\delta(y) = 1$

Para $y = b$ $\delta(y-b) = 1$

Aplicando la transformación de Laplace [ref.20],

$$[s^2 + k^2] Y(s,w) = F(s,w)$$

$$\frac{Y(s,w)}{F(s,w)} = \frac{1}{s^2 + k^2}$$

$$Y(s,w) = W(s,w) F(s,w)$$

$$Y(s,w) = \frac{1}{s^2 + k^2} F(s,w)$$

$$\begin{aligned} F(s,w) &= L\{-i w [\delta(y) + \delta(y-b)] a(w)\} = \\ &= -i w a(w) L[\delta(y)] - i w a(w) L[\delta(y-b)] = \\ &= -i w a(w) \{ L[\delta(y)] + L[\delta(y-b)] \} = \\ &= -i w a(w) \{ L[\delta(y)] + e^{-sb} L[\delta(y)] \} = \\ &= -i w a(w) (1 + e^{-sb}) L[\delta(y)] = \\ &= -i w a(w) (1 + e^{-sb}) \end{aligned}$$

Luego:

$$\begin{aligned} Y(s) &= - \frac{1}{s^2 + k^2} i w a(w) (1 + e^{-sb}) = \\ &= \frac{-i w a(w) (1 + e^{-sb})}{s^2 + k^2} \end{aligned}$$

$$s^2 + k^2 = 0 \quad ; \quad s^2 = -k^2 \quad ; \quad s = \sqrt{-k^2} = k \sqrt{-1} = \pm i k$$

de donde

$$s^2 + k^2 = (s - i k) (s + i k)$$

luego

$$\begin{aligned} Y(s) &= \frac{-i w a(w) (1 + e^{-sb})}{s^2 + k^2} = \\ &= \frac{A_1}{s - i k} + \frac{A_2}{s + i k} = \frac{A_1(s + i k) + A_2(s - i k)}{s^2 + k^2} = \\ &= \frac{A_1 s + i k A_1 + A_2 s - i k A_2}{s^2 + k^2} = \\ &= \frac{(A_1 + A_2) s + i k (A_1 - A_2)}{s^2 + k^2} \end{aligned}$$

de donde:

$$\begin{cases} A_1 + A_2 = 0 & ; & A_1 = - A_2 \\ i k (A_1 - A_2) = -i w a(w) (1 + e^{-sb}) \end{cases}$$

$$k^2 A_1 = -w a(w) - w a(w) e^{-sb}$$

$$A_1 = \frac{-w a(w) - w a(w) e^{-sb}}{2 k}$$

$$A_2 = \frac{w a(w) + w a(w) e^{-sb}}{2 k}$$

Por consiguiente:

$$Y(s) = \frac{[-w a(w) - w a(w) e^{-sb}]/2k}{s - i k} + \frac{[w a(w) + w a(w) e^{-sb}]/2k}{s + i k}$$

$$Y(s) = \frac{-w a(w)}{2k(s-ik)} + \frac{-w a(w) e^{-sb}}{2k(s-ik)} + \frac{w a(w)}{2k(s+ik)} + \frac{w a(w) e^{-sb}}{2k(s+ik)}$$

La transformada inversa de Laplace será:

$$Y(y) = L^{-1}[Y(s)] =$$

$$= \frac{-w a(w)}{2k} e^{iky} - \frac{w a(w)}{2k} e^{ik(y-b)} + \\ + \frac{w a(w)}{2k} e^{-iky} + \frac{w a(w)}{2k} e^{-ik(y-b)}$$

es decir:

$$(16) \quad Y(y,w) = \frac{w a(w)}{2k} [-e^{iky} - e^{ik(y-b)} + e^{-iky} + e^{-ik(y-b)}]$$

Las ondas progresivas de la fuente situada en $y=0$, se propagarán en el sentido del eje y (desde $y=0$ hasta $y=b$), por lo que quedarán definidas por el término e^{-iky} .

Las ondas progresivas de la fuente, situada en $y=b$, se propagarán en el sentido contrario al eje y (desde $y=b$ hasta $y=0$), por lo que quedarán definidas por $e^{ik(y-b)}$.

En consecuencia, podrá escribirse:

$$(17) \quad Y(y,w) = \frac{w a(w)}{2k} [e^{-iky} - e^{ik(y-b)}]$$

La presión sonora quedará expresada:

$$p(y,z,w) = Y(y,w) \phi(z)$$

$$p(y,z,w) = \phi(z) \frac{w a(w)}{2k} [e^{-iky} - e^{ik(y-b)}]$$

Aplicando la transformada inversa de Fourier [21], se obtiene:

$$(18) \quad p(y, z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(z) \frac{w a(w)}{2k} [e^{-iky} - e^{ik(y-b)}] e^{iwt} dw$$

es decir

$$p(y, z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(z) \frac{a(w) w}{2k} e^{i[wt-ky]} dw - \\ - \int_{-\infty}^{\infty} \phi(z) \frac{a(w) w}{2k} e^{i[wt+k(y-b)]} dw$$

donde, teniendo en cuenta

$$\phi(z) = \sum_n \phi_n$$

$$a(w) = \sum_{m,n} a_{mn}(w)$$

se tendrá:

$$p(y, z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{w}{2k} \sum_{m,n} \phi_n(z) a_{mn}(w) e^{i[wt-ky]} dw - \\ - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{w}{2k} \sum_{m,n} a_{mn}(w) \phi_n(z) e^{i[wt+k(y-b)]} dw$$

y siendo

$$\sum_{m,n} a_{mn}(w) \phi_n(z) = q(z, w)$$

se podrá escribir:

$$(19) \quad p(y, z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{w}{2k} q(z, w) e^{i[wt-ky]} dw - \\ - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{w}{2k} q(z, w) e^{i[wt+k(y-b)]} dw$$

Considerando, solamente, el modo de onda en la dirección y , se tendrá:

$$k = \frac{\sqrt{w^2 - \mu^2}}{c} = \frac{\sqrt{w^2}}{c} = \frac{w}{c}$$

ya que, en este caso, $\mu=0$.

luego:

$$(20) \quad p(y,z,t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c}{2} \underline{q}(z,w) e^{iw[t - \frac{y}{c}]} dw - \\ - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c}{2} \underline{q}(z,w) e^{iw[t + \frac{y-b}{c}]} dw$$

Y como $\underline{q}(z,w) = \frac{1}{2a} f(z,w)$, se tendrá:

$$(21) \quad p(y,z,t) = \frac{c}{4a} \int_{-\infty}^{\infty} f(z,w) e^{iw[t - \frac{y}{c}]} dw - \\ - \frac{c}{4a} \int_{-\infty}^{\infty} f(z,w) e^{iw[t + \frac{y-b}{c}]} dw$$

Por consiguiente:

$$(22) \quad p(y,z,t) = \frac{c}{4a} f(z, t - \frac{y}{c}) - \frac{c}{4a} f(z, t + \frac{y-b}{c})$$

Considerando la propagación a una determinada altura z_0

del conducto, se expresará:

$$(23) \quad p_{zo}(y,t) = \frac{c}{4a} \left[f_{zo}\left(t - \frac{y}{c}\right) - f_{zo}\left(t + \frac{y-b}{c}\right) \right]$$

ecuación que corresponde a la propagación transversal del modo de onda de dirección y, es decir, de uno de los propios modos transversales.

5.7. ATENUACION DE MODOS TRANSVERSALES EN UN CONDUCTO DE SECCION RECTANGULAR.

La distribución de fuentes secundarias, analizada en los apartados 5.5 y 5.6, y representada en la siguiente figura nº 5.5.

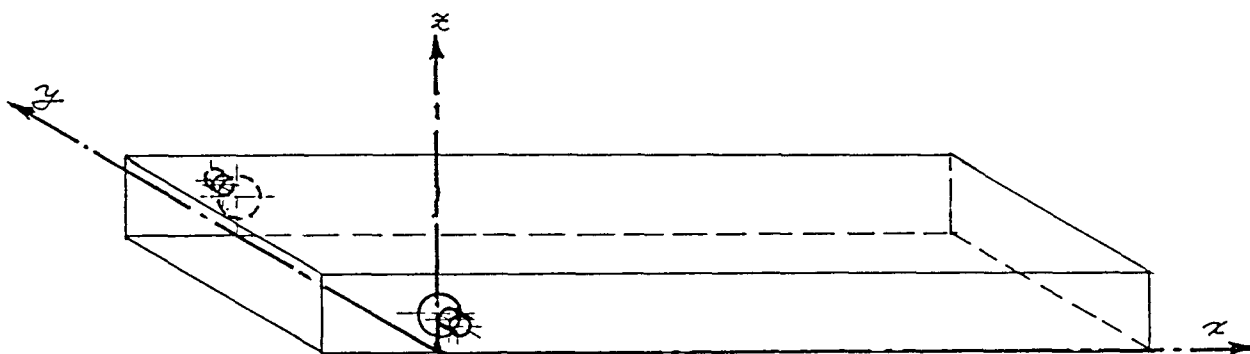


Figura nº 5.5. Distribución de un anillo de fuentes.

da lugar a una propagación longitudinal del modo de onda plana, cuya presión sonora, a una altura z del conducto, se expresa:

$$(1) \quad p(x,t) = \frac{c(1 - M^2)}{2a} f\left[t - \frac{x}{c(1 + M)}\right]$$

hacia la dirección corriente abajo y

$$(2) \quad p(x,t) = \frac{c(1 - M^2)}{2a} f\left[t + \frac{x}{c(1 - M)}\right]$$

hacia la dirección corriente arriba.

Esta distribución de fuentes secundarias produce,

asimismo, un modo de onda transversal en la dirección y , cuya propagación, en la misma dirección, queda definida por la siguiente expresión de la presión sonora, a una altura z de la sección del conducto.

$$(3) \quad p(y,t) = \frac{c}{4a} \left[f\left(t - \frac{y}{c}\right) - f\left(t + \frac{y-b}{c}\right) \right]$$

Colocando otro anillo de dos fuentes, a una distancia longitudinal d del primer anillo, puede conseguirse que, las ondas planas longitudinales, sólo, se propaguen en la dirección corriente abajo.

En la figura nº 5.6, se muestra la nueva distribución de fuentes:

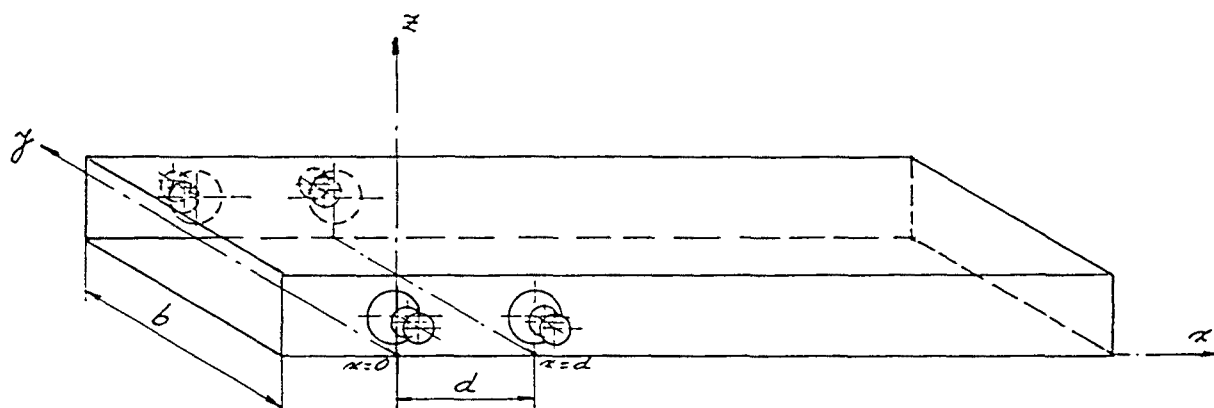


Figura nº 5.6. Distribución de dos anillos de fuentes.

Esta distribución de fuentes da lugar a una propagación en la dirección corriente arriba, que se expresa por la siguiente ecuación:

$$(4) \quad p(x,t) = \frac{c(1-M^2)}{2a} f_1\left[t + \frac{x}{c(1-M)}\right] + \frac{c(1-M^2)}{2a} f_2\left[t + \frac{x-d}{c(1-M)}\right]$$

para $x \leq 0$

Sin embargo, eligiendo

$$(5) \quad f_1(t) = -f_2\left[t - \frac{d}{c(1-M)}\right]$$

la expresión (4) se hace nula, por lo que dando este desfase, entre los dos anillos de fuentes, no existe propagación en la dirección corriente arriba.

En la dirección corriente abajo, la presión sonora quedará expresada por:

$$(6) \quad p(x,t) = \frac{c(1-M^2)}{2a} \left\{ f_1\left[t - \frac{x}{c(1+M)}\right] + f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)}\right] \right\}$$

para $x \geq d$

donde teniendo en cuenta la ecuación (5), establecida para evitar propagación corriente arriba, se obtiene propagación corriente abajo de acuerdo con la siguiente expresión de la presión sonora:

$$(7) \quad p(x,t) = \frac{c(1-M^2)}{2a} \left\{ -f_2\left[t - \frac{x}{c(1+M)} - \frac{d}{c(1-M)}\right] + f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)}\right] \right\}$$

pero teniendo en cuenta que :

$$-f_2\left[t - \frac{x}{c(1+M)} - \frac{d}{c(1-M)}\right] =$$

$$\begin{aligned}
&= -f_2 \left[t - \frac{x}{c(1+M)} - \frac{d}{c(1-M)} - \frac{d}{c(1+M)} + \frac{d}{c(1+M)} \right] = \\
&= -f_2 \left[t - \frac{x}{c(1+M)} + \frac{d}{c(1+M)} - \frac{d}{c} \left(\frac{1}{1-M} + \frac{1}{1+M} \right) \right] = \\
&= -f_2 \left[t - \frac{x}{c(1+M)} + \frac{d}{c(1+M)} - \frac{d}{c} \left(\frac{1+M+1-M}{1-M^2} \right) \right] = \\
&= -f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \frac{2d}{c(1-M^2)} \right] = \\
&= -f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_0 \right]
\end{aligned}$$

donde

$$(8) \quad \tau_0 = \frac{2d}{c(1-M^2)}$$

con lo que la ecuación (7) podrá escribirse:

$$(9) \quad p(x,t) = \frac{c(1-M^2)}{2a} \left\{ f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} \right] - f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_0 \right] \right\}$$

En general esta ecuación (9) será no nula. Solamente se anulará si

$$f_2(t) = f_2(t - \tau_0)$$

lo cual ocurre sólo para salidas sinusoidales de frecuencia

$$2\pi n / \tau_0, \quad \text{para } n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Efectivamente:

$$f_2(t) = f_0 \operatorname{sen} \frac{2\pi n}{\tau_0} t$$

$$f_2(t-\tau_0) = f_0 \operatorname{sen} \left[\frac{2\pi n}{\tau_0} (t-\tau_0) \right] =$$

$$= f_0 \left(\operatorname{sen} \frac{2\pi n}{\tau_0} t \cos \frac{2\pi n}{\tau_0} \tau_0 - \cos \frac{2\pi n}{\tau_0} t \operatorname{sen} \frac{2\pi n}{\tau_0} \tau_0 \right)$$

$$\text{Para } n=0,1,2,3,\dots$$

$$\operatorname{sen} 2\pi n = 0$$

$$\cos 2\pi n = 1$$

luego:

$$f_2(t-\tau_0) = f_0 \operatorname{sen} \frac{2\pi n}{\tau_0} t = f_2(t)$$

Por consiguiente, la amplitud de la onda plana unidireccional, en la dirección corriente abajo, en función de la frecuencia, teniendo en cuenta que cada anillo de fuentes da una salida sinusoidal de amplitud f_0 , se determinará del siguiente modo:

La presión sonora está definida por:

$$(10) \quad p(x,t) = \frac{c(1-M^2)f_0}{2a} \left\{ \operatorname{sen} w \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} \right] - \right. \\ \left. - \operatorname{sen} w \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_0 \right] \right\}$$

ecuación que, también, puede expresarse del siguiente modo:

$$(11) \quad p(x,t) = \frac{c(1-M^2)f_0}{a} \sin \frac{\omega \tau_0}{2} \cos w[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \frac{\tau_0}{2}]$$

Efectivamente, puesto que :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left\{ \sin w[t - \frac{x-d}{c(1+M)}] - \sin w[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_0] \right\} = \\ & = \frac{1}{2} \left\{ \sin w[t - \frac{x-d}{c(1+M)}] - \sin w[t - \frac{x-d}{c(1+M)}] \cos \omega \tau_0 + \right. \\ & \quad \left. + \cos w[t - \frac{x-d}{c(1+M)}] \sin \omega \tau_0 \right\} = \\ & = \frac{1}{2} \left\{ \sin w[t - \frac{x-d}{c(1+M)}] - \sin w[t - \frac{x-d}{c(1+M)}] (\cos^2 \frac{\omega \tau_0}{2} - \sin^2 \frac{\omega \tau_0}{2}) + \right. \\ & \quad \left. + \cos w[t - \frac{x-d}{c(1+M)}] 2 \sin \frac{\omega \tau_0}{2} \cos \frac{\omega \tau_0}{2} \right\} = \\ & = \frac{1}{2} \left\{ \sin w[t - \frac{x-d}{c(1+M)}] - \sin w[t - \frac{x-d}{c(1+M)}] (1 - \sin^2 \frac{\omega \tau_0}{2} - \sin^2 \frac{\omega \tau_0}{2}) + \right. \\ & \quad \left. + \cos w[t - \frac{x-d}{c(1+M)}] 2 \sin \frac{\omega \tau_0}{2} \cos \frac{\omega \tau_0}{2} \right\} = \\ & = \frac{1}{2} \left\{ \sin w[t - \frac{x-d}{c(1+M)}] 2 \sin^2 \frac{\omega \tau_0}{2} + \right. \\ & \quad \left. + \cos w[t - \frac{x-d}{c(1+M)}] 2 \sin \frac{\omega \tau_0}{2} \cos \frac{\omega \tau_0}{2} \right\} = \\ & = \sin \frac{\omega \tau_0}{2} \left\{ \sin w[t - \frac{x-d}{c(1+M)}] \sin \frac{\omega \tau_0}{2} + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \cos w \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} \right] \cos \frac{w\tau_0}{2} = \\
& = \sin \frac{w\tau_0}{2} \cos \left\{ w \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} \right] - \frac{w\tau_0}{2} \right\} = \\
& = \sin \frac{w\tau_0}{2} \cos w \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \frac{\tau_0}{2} \right]
\end{aligned}$$

Por consiguiente, según la ecuación (11), la amplitud de la presión sonora, emitida por los dos anillos de fuentes hacia la dirección corriente abajo, es:

$$(12) \quad \frac{c(1-M^2)f_0}{a} \sin \frac{w\tau_0}{2}$$

que, como se observa, es función de la frecuencia.

Tomando como referencia la amplitud constante de un solo anillo de fuentes:

$$(13) \quad \frac{c(1-M^2)f_0}{2a}$$

se puede establecer la relación entre la amplitud de salida de los dos anillos a la de salida de un solo anillo.

$$(14) \quad n = 2 \left| \sin \frac{w\tau_0}{2} \right|$$

que se ilustra en la siguiente figura nº 5.7.

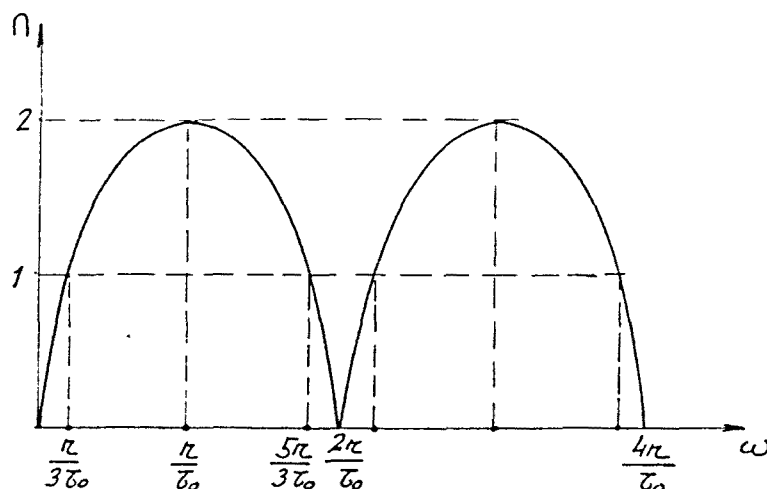


Figura 5.7. Relación entre la amplitud de emisión de dos anillos de fuentes, hacia la dirección corriente abajo, y la emitida por uno solo, en función de la frecuencia angular.

Al objeto de obtener mayor eficacia, se considera que el rango de frecuencias útil del generador unidireccional es aquél en el cual resulta $\eta \geq 1$, es decir, el rango de frecuencias, dentro del cual, la salida de los dos anillos de fuentes es mayor que la de un solo anillo, para una misma tensión de alimentación. Esto sucede en los intervalos:

$$\frac{2\pi n}{\tau_0} + \frac{\pi}{3\tau_0} \leq \omega \leq \frac{2\pi n}{\tau_0} + \frac{5\pi}{3\tau_0}$$

para $n=0,1,2,3,\dots$

Efectivamente,

$$\eta = 2 \left| \sin \frac{\omega \tau_0}{2} \right| = 1$$

implica que

$$\left| \sin \frac{w\tau_0}{2} \right| = 0,5$$

por lo que :

$$\frac{w\tau_0}{2} = 30^\circ = \frac{30 \pi}{180} = \frac{\pi}{6} \quad (\text{rad})$$

$$\frac{w'\tau_0}{2} = 150^\circ = \frac{150 \pi}{180} = \frac{5\pi}{6} \quad (\text{rad})$$

luego:

$$w = \frac{2\pi}{6\tau_0} = \frac{\pi}{3\tau_0}$$

$$w' = \frac{10 \pi}{6 \tau_0} = \frac{5\pi}{3\tau_0}$$

valores que definen el rango útil de frecuencias.

El primer anillo de fuentes secundarias produce una propagación transversal, en la dirección y , expresada por la ecuación (3).

$$(3) \quad p_1(y,t) = \frac{c}{4a} \left[f_1\left(t - \frac{y}{c}\right) - f_1\left(t + \frac{y-b}{c}\right) \right]$$

mientras que la propagación transversal, en la misma dirección y , del segundo anillo de fuentes, se expresa por:

$$(15) \quad p_2(y,t) = \frac{c}{4a} \left[f_2\left(t - \frac{y}{c}\right) - f_2\left(t + \frac{y-b}{c}\right) \right]$$

Por lo que la propagación transversal de los dos anillos de fuentes, será:

$$(16) \quad p(y,t) = \frac{c}{4a} \left[f_1\left(t - \frac{y}{c}\right) - f_1\left(t + \frac{y-b}{c}\right) + \right. \\ \left. + f_2\left(t - \frac{y}{c}\right) - f_2\left(t + \frac{y-b}{c}\right) \right]$$

Teniendo ahora en cuenta la condición dada por la ecuación (5), para que no exista propagación de ondas planas en la dirección longitudinal corriente arriba del conducto, la ecuación (16) se expresará:

$$p(y,t) = \frac{c}{4a} \left\{ - f_2\left[t - \frac{d}{c(1-M)} - \frac{y}{c}\right] + \right. \\ \left. + f_2\left[t - \frac{d}{c(1-M)} + \frac{y-b}{c}\right] + f_2\left(t - \frac{y}{c}\right) - f_2\left(t + \frac{y-b}{c}\right) \right\}$$

Teniendo en cuenta que:

$$\begin{aligned} - \frac{d}{c(1-M)} &= - \frac{d}{c(1-M)} + \frac{d}{c(1+M)} - \frac{d}{c(1+M)} = \\ &= \frac{d}{c(1+M)} - \frac{d}{c} \left(\frac{1}{1-M} + \frac{1}{1+M} \right) = \\ &= \frac{d}{c(1+M)} - \frac{d}{c} \left(\frac{1+M+1-M}{1-M^2} \right) = \\ &= \frac{d}{c(1+M)} - \frac{d}{c} \frac{2}{1-M^2} = \frac{d}{c(1+M)} - \tau_0 \end{aligned}$$

ya que, según la ecuación (8),

$$\tau_o = \frac{2d}{c(1-M^2)}$$

luego:

$$(18) \quad p(y,t) = \frac{c}{4a} \left\{ f_2\left(t - \frac{y}{c}\right) - f_2\left(t + \frac{y}{c} - \frac{b}{c}\right) - \right. \\ \left. - f_2\left[t - \frac{y}{c} + \frac{d}{c(1+M)} - \tau_o\right] + f_2\left[t + \frac{y}{c} - \frac{b}{c} + \frac{d}{c(1+M)} - \tau_o\right] \right\}$$

que constituye la expresión de la presión sonora transversal generada por los dos anillos de fuentes secundarias.

Otros dos anillos de fuentes secundarias separados, entre sí, la misma distancia d que los dos primeros, pero conectados en oposición de fase con ellos, darán lugar a una propagación transversal, en la dirección y , expresada por la siguiente ecuación (19):

$$(19) \quad p'(y,t) = \frac{c}{4a} \left\{ - f_2\left(t - \frac{y}{c}\right) + f_2\left(t + \frac{y}{c} - \frac{b}{c}\right) + \right. \\ \left. + f_2\left[t - \frac{y}{c} + \frac{d}{c(1+M)} - \tau_o\right] - f_2\left[t + \frac{y}{c} - \frac{b}{c} + \frac{d}{c(1+M)} - \tau_o\right] \right\}$$

que es igual, pero de signo contrario, a la generada por los dos primeros anillos.

Por lo tanto, cuando actúan simultáneamente los cuatro anillos de fuentes secundarias, quedan anulados los modos transversales en la dirección y .

Sin embargo, estos dos nuevos anillos de fuentes, que tampoco producirán propagación longitudinal corriente arriba, puesto que la distancia entre ellos, es la misma que

entre los primeros dos anillos y el desfase electrónico es el mismo que en aquellos, darán lugar a propagación corriente abajo del conducto y, no obstante, en general desfasada respecto a la de los dos primeros anillos.

La figura nº 5.8 muestra la configuración del sistema formado por los cuatro anillos de fuentes.

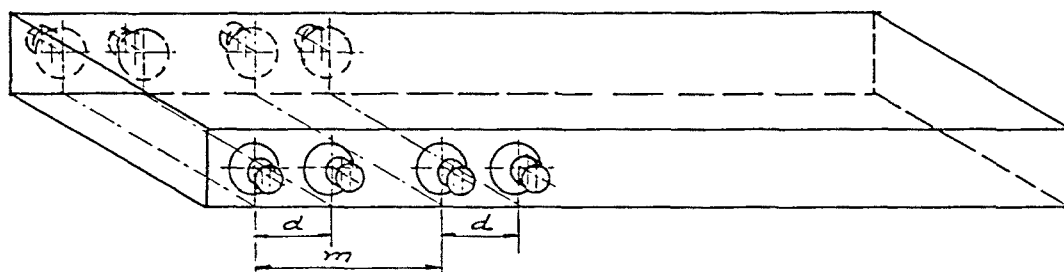


Figura 5.8. Sistema de fuentes secundarias compuesto por cuatro anillos de altavoces.

La presión sonora, en la dirección longitudinal corriente abajo, producida por los dos nuevos anillos de fuentes, se expresará:

$$(20) \quad p'(x,t) = - \frac{c(1-M^2)}{2a} \left\{ f_1 \left[t + \frac{m}{c(1+M)} - \frac{x}{c(1+M)} \right] + \right. \\ \left. + f_2 \left[t + \frac{m}{c(1+M)} - \frac{x-d}{c(1+M)} \right] \right\}$$

El signo negativo indica la oposición de fase con que se encuentran conectados electrónicamente respecto a los dos primeros anillos.

$$(21) \quad p'(x,t) = \frac{-c(1-M^2)}{2a} \left\{ f_1 \left[t - \frac{x-m}{c(1+M)} \right] + f_2 \left[t - \frac{x-d-m}{c(1+M)} \right] \right\}$$

donde teniendo en cuenta la condición dada por la ecuación (5), se tendrá:

$$p'(x,t) = \frac{-c(1-M^2)}{2a} \left\{ -f_2 \left[t - \frac{x-m}{c(1+M)} - \frac{d}{c(1-M)} \right] + f_2 \left[t - \frac{x-d-m}{c(1+M)} \right] \right\}$$

ecuación en la que sustituyendo

$$\tau_0 = \frac{2d}{c(1-M^2)}$$

da lugar a

$$p'(x,t) = \frac{-c(1-M^2)}{2a} \left\{ f_2 \left[t - \frac{x-d-m}{c(1+M)} \right] - f_2 \left[t - \frac{x-d-m}{c(1+M)} - \tau_0 \right] \right\}$$

es decir :

$$p'(x,t) =$$

$$= \frac{-c(1-M^2)}{2a} \left\{ f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} + \frac{m}{c(1+M)} \right] - f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_0 + \frac{m}{c(1+M)} \right] \right\}$$

que, llamando

$$\tau_m = \frac{m}{c(1+M)}$$

se expresará :

$$(22) \quad p'(x,t) = \frac{-c(1-M^2)}{2a} \left\{ f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} + \tau_m \right] - f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_0 + \tau_m \right] \right\}$$

donde se observa el desfase τ_m , debido a la situación de

estos dos nuevos anillos respecto a los dos primeros, así como el de 180° , [signo negativo de la ecuación (22)], de la emisión de dichos dos nuevos anillos de fuentes con respecto, también, a los dos primeros.

Tratándose de salidas sinusoidales se tendrá:

$$p'(x,t) =$$

$$= \frac{-c(1-M^2)f_0}{2a} \left\{ \sin w \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} + \tau_m \right] - \sin w \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} + \tau_m - \tau_0 \right] \right\}$$

o, teniendo en cuenta el desfase de 180° , correspondiente al signo negativo.

$$(23) \quad p'(x,t) =$$

$$= \frac{c(1-M^2)f_0}{2a} \left\{ \sin w \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} + \tau_m + \frac{\pi}{w} \right] - \sin w \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} + \tau_m + \frac{\pi}{w} - \tau_0 \right] \right\}$$

donde operando, como se hizo en la ecuación (10), se obtiene:

$$(24) \quad p'(x,t) = \frac{c(1-M^2)f_0}{a} \sin \frac{w\tau_0}{2} \cos w \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} + \tau_m + \frac{\pi}{w} - \frac{\tau_0}{2} \right]$$

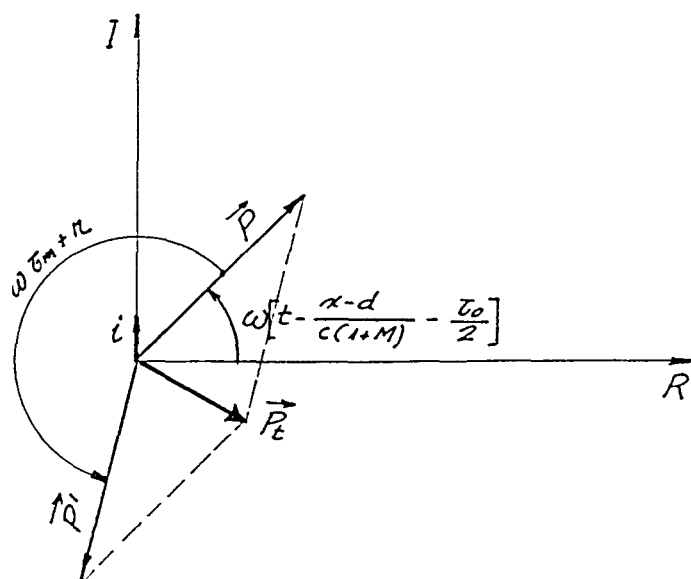
La propagación total de los cuatro anillos de fuentes en la dirección longitudinal corriente abajo del conducto será :

$$(25) \quad p_t(x,t) = p(x,t) + p'(x,t)$$

y por tanto

$$\begin{aligned}
 (26) \quad p_t(x,t) = & \frac{c(1-M^2)f_0}{a} \operatorname{sen} \frac{\omega \tau_0}{2} \left\{ \cos \omega \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \frac{\tau_0}{2} \right] + \right. \\
 & \left. + \cos \omega \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \frac{\tau_0}{2} + \tau_m + \frac{\pi}{\omega} \right] \right\}
 \end{aligned}$$

En la figura nº 5.9 se representa la anterior función por medio de vectores giratorios.



siendo $|P| = |P'| = \frac{c(1-M^2)f_0}{a} \left| \operatorname{Sen} \frac{\omega \tau_0}{2} \right|$.

Figura 5.9. Representación de la función propagación total del sistema de fuentes secundarias, hacia la dirección longitudinal corriente abajo, por medio de vectores giratorios.

Resulta conveniente situar el tercer anillo de fuentes a una distancia m del primero, tal que τ_m sea suficientemente grande para que la amplitud del movimiento resultante, a una frecuencia determinada, resulte lo más

amplificada posible al objeto de que el sistema sea más eficaz en la atenuación.

La situación idónea se produce cuando P y P' coinciden en dirección y sentido.

Para que ello ocurra es necesario que:

$$w \tau_m = (2n - 1) \pi \quad ; \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

y dado que

$$\tau_m = m/c(1+M)$$

se tiene

$$w \frac{m}{c(1+M)} = (2n - 1) \pi$$

de donde

$$(27) \quad m = \frac{(2n-1) \pi c (1+M)}{w}$$

Con esta condición la ecuación (26) quedará expresada de la siguiente forma:

$$p_t(x,t) = \frac{c(1-M^2)f_o}{a} \sin \frac{w \tau_o}{2} \left\{ \cos w \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \frac{\tau_o}{2} \right] + \right. \\ \left. + \cos w \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \frac{\tau_o}{2} + \frac{2n\pi}{w} \right] \right\}$$

y por tanto

$$(28) \quad p_t(x,t) = \frac{2c(1-M^2)f_o}{a} \sin \frac{w\tau_o}{2} \cos w \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \frac{\tau_o}{2} \right]$$

cuya representación por medio de vectores giratorios se ilustra en la figura nº 5.10.

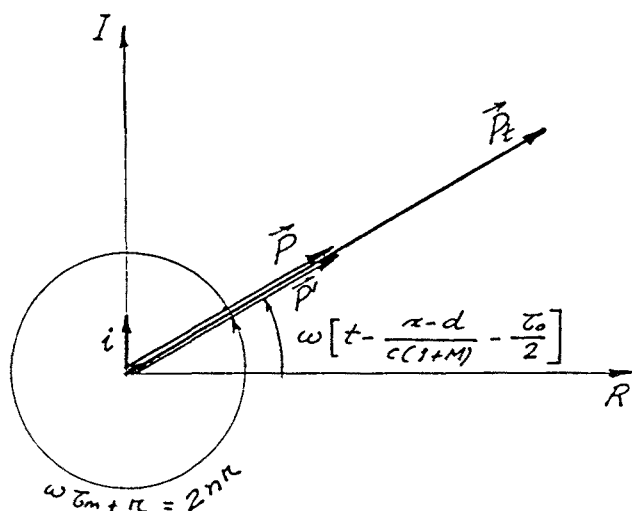


Figura 5.10. Representación de la función propagación total del sistema de fuentes secundarias, hacia la dirección longitudinal corriente abajo, por medio de vectores giratorios, en el caso de $m = (2n-1)\pi c(1+M)/w$.

La amplitud resultante estará dada por :

$$\frac{2c (1-M^2) f_0}{a} \left| \sin \frac{w \tau_0}{2} \right|$$

La relación entre la amplitud de salida, en la dirección longitudinal corriente abajo, de los cuatro anillos de fuentes y la amplitud constante que generaría un solo anillo, será :

$$n = 4 \left| \sin \frac{w \tau_0}{2} \right|$$

la cual se representa en la siguiente figura nº 5.11.

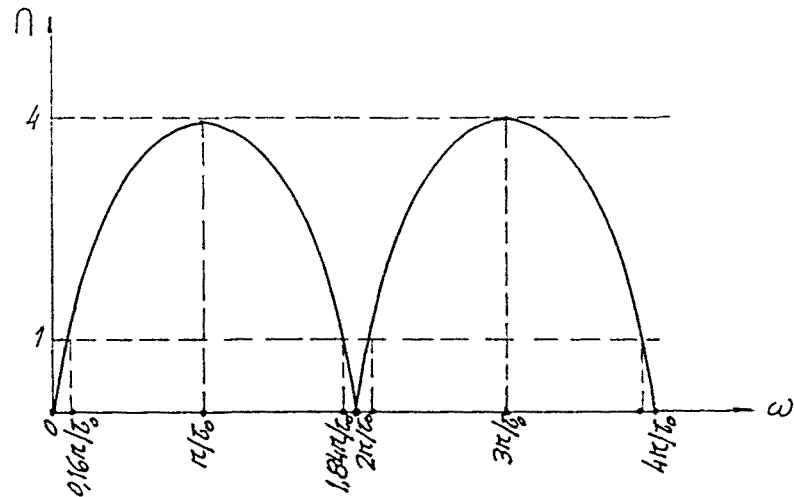


Figura 5.11. Relación entre la amplitud de emisión de los cuatro anillos de fuentes, hacia la dirección corriente abajo, y la emitida por uno solo, en función de la frecuencia angular.

$$n = 4 \left| \sin \frac{\omega \tau_0}{2} \right| \quad ; \quad \left| \sin \frac{\omega \tau_0}{2} \right| = \frac{n}{4}$$

$$\text{Para } n = 1 \quad ; \quad \left| \sin \frac{\omega \tau_0}{2} \right| = \frac{1}{4} = 0,25$$

de donde

$$\frac{\omega \tau_0}{2} = 14,47^\circ \quad ; \quad \omega \tau_0 = 28,95^\circ \quad ; \quad \omega = \frac{28,95^\circ}{\tau_0}$$

es decir

$$\omega = \frac{28,95 \pi'}{180 \tau_0} = \frac{0,16 \pi}{\tau_0} = \frac{\pi}{6,25 \tau_0} \quad \text{rad/s}$$

Del mismo modo

$$\frac{\omega' \tau_0}{2} = 180^\circ - 14,47^\circ = 165,53^\circ$$

$$\omega' \tau_0 = 331,06^\circ$$

$$w' = \frac{331,06^\circ}{\tau_o} = \frac{331,06 \pi}{180 \tau_o} = \frac{1,839 \pi}{\tau_o}$$

$$w' = 1,84 \pi / \tau_o \text{ (rad/s)}$$

El rango de frecuencias para el cual $n \geq 1$ queda determinado por:

$$\frac{2\pi n}{\tau_o} + \frac{0,16\pi}{\tau_o} \leq w \leq \frac{2\pi n}{\tau_o} + \frac{1,84\pi}{\tau_o}$$

$$\text{para } n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Un procedimiento para conseguir la máxima atenuación, utilizando un sistema basado en la teoría expuesta en este apartado, consiste en que se haga coincidir una de las frecuencias de máxima amplitud, $w=2(n-1)\pi/\tau_o$, para $n=0, 1, 2, \dots$, con la frecuencia a la que se produce un mayor pico, en el espectro del ruido primario.

Pueden hacerse coincidir ambas frecuencias imponiendo:

$$w_{\text{primario}} = \frac{(2n-1) \pi}{\tau_o}$$

de donde

$$\tau_o = \frac{(2n-1) \pi}{w_{\text{primario}}}$$

y luego, dado

$$\tau_o = \frac{2d}{c(1-M^2)}$$

puede despejarse d.

$$(31) \quad d = \frac{c(1-M^2)(2n-1)\pi}{2 W_{\text{primario}}}$$

En la siguiente figura nº 5.12 se muestra el esquema de funcionamiento del sistema estudiado.

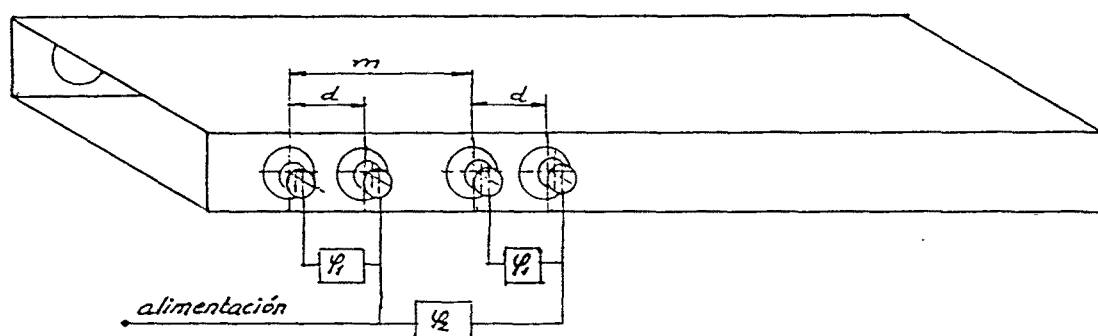


Figura 5.12. Esquema de funcionamiento del atenuador compuesto por cuatro anillos de fuentes.

5.8. MEJORA DE LA VARIACION DE AMPLITUD DE EMISION, HACIA LA DIRECCION CORRIENTE ABAJO, DEL SISTEMA DE FUENTES SECUNDARIAS EN FUNCION DE LA FRECUENCIA. AUMENTO DEL RANGO UTIL DE FRECUENCIAS.

Si el sistema, diseñado en el apartado 5.7. anterior, se complementa con otro análogo, pero que la distancia longitudinal entre los dos anillos de fuentes, que forman un conjunto unidireccional, sea d' en lugar de d , se obtiene un nuevo sistema resultante que tampoco produce propagación de modos transversales, ni propagación longitudinal alguna en la dirección corriente arriba. Sin embargo, los cuatro nuevos anillos de fuentes, que constituyen el sistema complementario, dan lugar a propagación longitudinal, hacia la dirección corriente abajo, se acuerdo con la siguiente ecuación :

$$(1) \quad p_{t'}(x,t) = \frac{c(1-M^2)f_0'}{a} \sin \frac{w\tau_0'}{2} \left\{ \cos w\left[t - \frac{x-d'}{c(1+M)} - \frac{\tau_0'}{2}\right] + \right. \\ \left. + \cos w\left[t - \frac{x-d'}{c(1+M)} - \frac{\tau_0'}{2} + \tau_m' + \frac{\pi}{w}\right] \right\}$$

siendo

$$(2) \quad \tau_0' = \frac{2d'}{c(1-M^2)} \quad y$$

$$(3) \quad \tau_m' = \frac{m'}{c(1+M)}$$

También, en este caso, puede imponerse que

$$(4) \quad \tau_m' = \frac{(2n-1) \pi}{w}$$

y dado que

$$\tau_m' = \frac{m'}{c(1+M)}$$

se puede escribir

$$\frac{m'}{c(1+M)} = \frac{(2n-1)\pi}{w}$$

de donde

$$(5) \quad m' = \frac{(2n-1) \pi c(1+M)}{w} = m$$

Con esta condición y, por tanto, con la misma distancia m entre los dos conjuntos unidireccionales que el primer sistema, se obtiene la máxima amplitud de emisión de este sistema complementario.

Con ello, la ecuación (1), que da la propagación longitudinal corriente abajo del segundo sistema, quedará :

$$(6) \quad p_{\tau'}(x,t) = \frac{c(1-M^2)f_o'}{a} \sin \frac{w\tau_o'}{2} \left\{ \cos w\left[t - \frac{x - d'}{c(1+M)} - \frac{\tau_o'}{2}\right] + \right. \\ \left. + \cos w\left[t - \frac{x - d'}{c(1+M)} - \frac{\tau_o'}{2} + \frac{2\pi n}{w}\right] \right\}$$

o, lo que es lo mismo:

$$(7) \quad p_{\tau'}(x,t) = \frac{2c(1-M^2)f_o'}{a} \sin \frac{w\tau_o'}{2} \cos w\left[t - \frac{x - d'}{c(1+M)} - \frac{\tau_o'}{2}\right]$$

La superposición de este sistema con el primero da lugar a :

$$p_T(x,t) = p_t(x,t) + p_t'(x,t)$$

es decir:

$$(8) \quad p_T(x,t) = \frac{2c(1-M^2)f_o}{a} \sin \frac{w\tau_o}{2} \cos w\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \frac{\tau_o}{2}\right] + \\ + \frac{2c(1-M^2)f_o'}{a} \sin \frac{w\tau_o'}{2} \cos w\left[t - \frac{x-d'}{c(1+M)} - \frac{\tau_o'}{2}\right]$$

y, por consiguiente

$$p_T(x,t) = \frac{2c(1-M^2)f_o}{a} \sin \frac{w\tau_o}{2} \cos w\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \frac{\tau_o}{2}\right] + \\ + \frac{2c(1-M^2)f_o'}{a} \sin \frac{w\tau_o'}{2} \cos w\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \frac{\tau_o}{2} + \frac{d'-d}{c(1+M)} - \frac{\tau_o'-\tau_o}{2}\right]$$

que, llamando

$$\frac{d'-d}{c(1+M)} - \frac{\tau_o'-\tau_o}{2} = \tau_T$$

quedará :

$$(9) \quad p_T(x,t) = \frac{2c(1-M^2)f_o}{a} \sin \frac{w\tau_o}{2} \cos w\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \frac{\tau_o}{2}\right] + \\ + \frac{2c(1-M^2)f_o'}{a} \sin \frac{w\tau_o'}{2} \cos w\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \frac{\tau_o}{2} + \tau_T\right]$$

Por medio de un desfase electrónico adecuado puede conseguirse que:

$$(10) \quad \cos w\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \frac{\tau_o}{2}\right] = \cos w\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \frac{\tau_o}{2} + \tau_T\right]$$

en cuyo caso:

$$(11) \quad p_T(x,t) =$$

$$= \frac{2c(1-M^2)}{a} \left(f_o \sin \frac{w\tau_o}{2} + f_o' \sin \frac{w\tau_o'}{2} \right) \cos w \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \frac{\tau_o}{2} \right]$$

siendo

$$(12) \quad \frac{2c(1-M^2)}{a} \left(f_o \left| \sin \frac{w\tau_o}{2} \right| + f_o' \left| \sin \frac{w\tau_o'}{2} \right| \right)$$

el valor absoluto de la amplitud de la presión sonora de salida, del sistema resultante, en la dirección corriente abajo.

Expresando la relación entre dicha amplitud y la amplitud constante

$$\frac{c(1-M^2)f_o}{2a}$$

que proporciona un solo anillo de fuentes, se obtendrá:

$$(13) \quad n = 4 \left(\left| \sin \frac{w\tau_o}{2} \right| + \frac{f_o'}{f_o} \left| \sin \frac{w\tau_o'}{2} \right| \right)$$

Eligiendo la distancia d' de forma que $\tau_o' = 2\tau_o$, con lo que

$$\frac{\pi}{\tau_o'} = \frac{\pi}{2\tau_o}$$

la representación gráfica de la ecuación (13) quedará como se ilustra en la figura nº 5.13.

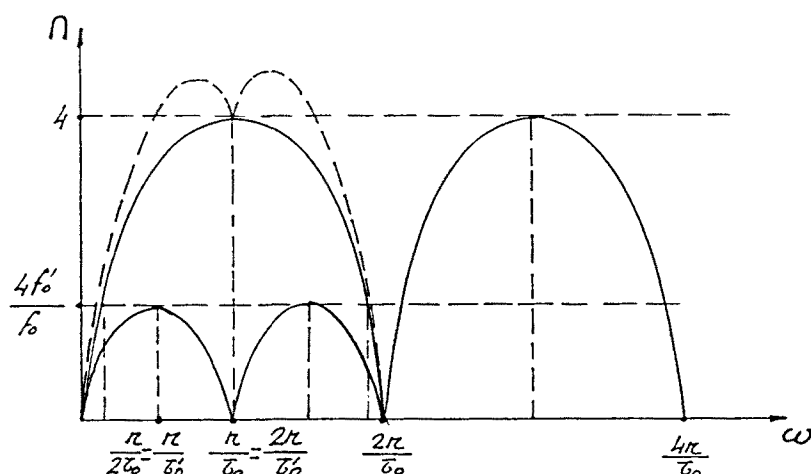


Figura 5.13. Relación entre la amplitud de emisión de los dos sistemas de fuentes secundarias (principal y complementario), hacia la dirección corriente abajo, y la emitida por un anillo de altavoces, en función de la frecuencia angular.

Puede observarse que la amplitud resultante, de los dos sistemas de fuentes secundarias, en función de la frecuencia, permanece más constante que en los anteriores sistemas más simples y que el rango útil de frecuencias resulta mayor.

5.9. PROPAGACION LONGITUDINAL DEL MODO DE ONDA PLANA EN UN CONDUCTO DE SECCION CUADRADA, EN PRESENCIA DE CORRIENTE DE AIRE.

Una distribución de fuentes secundarias, consistente en un altavoz en el centro de cada cara del conducto, que constituye el caso de una distribución no uniforme, se expresa por:

$$(1) \quad q(y,z,w) = \frac{1}{4a} [\delta(y) f(z,w) + \delta(y-a) g(z,w) + \delta(z) h(y,w) + \delta(z-a) k(y,w)]$$

donde

$$f(z,w) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(w) \cos \frac{n\pi z}{a}$$

$$g(z,w) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n(w) \cos \frac{n\pi z}{a}$$

$$h(y,w) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n(w) \cos \frac{n\pi y}{a}$$

$$k(y,w) = \sum_{n=0}^{\infty} d_n(w) \cos \frac{n\pi y}{a}$$

Las frecuencias de corte, en este caso en que existe corriente de aire, son:

$$w_{c \text{ cte}} = w_{cz \text{ cte}} = w_{cy \text{ cte}} = w_c (1-M^2)^{\frac{1}{2}} = \frac{\pi c}{a} (1-M^2)^{\frac{1}{2}}$$

donde a es el lado de la sección recta del conducto.

El primer modo transversal que se propagará longitudinalmente es, según se encuentra deducido en el apartado (4.3.1.2.), ref.[17]:

$$w_z = w_y = 2,8 w_c \text{ cte}$$

lo cual se obtiene si se verifica que :

$$f(y,w) = g(y,w) = h(y,w) = k(y,w)$$

La propagación longitudinal del modo de onda plana se expresa por la ecuación (24) del apartado 5.4, que da la siguiente expresión de la presión sonora:

$$(2) \quad p(r,t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{q(r,w)}{2} \frac{c(1-M^2)}{c(1+M)} e^{iw[t - \frac{1}{c(1+M)} x]} dw$$

la cual, teniendo en cuenta la distribución de fuentes dada por la ecuación (1), expresada en forma de transformada de Fourier, y que las funciones $f(y,w)$, $g(y,w)$, $h(y,w)$ y $k(y,w)$ son iguales, dará lugar a la siguiente ecuación :

$$(3) \quad p(r,t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{4a} f(z,w) [\delta(y) + \delta(y-a)] \frac{c(1-M^2)}{2} e^{iw[t - \frac{1}{c(1+M)} x]} dw +$$

$$+ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{4a} f(y,w) [\delta(z) + \delta(z-a)] \frac{c(1-M^2)}{2} e^{iw[t - \frac{1}{c(1+M)} x]} dw$$

es decir :

$$\begin{aligned}
 p(r,t) = & \frac{c(1-M^2)}{8a} [\delta(y)+\delta(y-a)] \int_{-\infty}^{\infty} f(z,w) e^{iw[t - \frac{1}{c(1+M)} x]} dw + \\
 & + \frac{c(1-M^2)}{8a} [\delta(z)+\delta(z-a)] \int_{-\infty}^{\infty} f(y,w) e^{iw[t - \frac{1}{c(1+M)} x]} dw
 \end{aligned}$$

y, por tanto, se obtiene :

$$\begin{aligned}
 (4) \quad p(r,t) = & \frac{c(1-M^2)}{8a} [\delta(y) + \delta(y-a)] f[z, t - \frac{1}{c(1+M)} x] + \\
 & + \frac{c(1-M^2)}{8a} [\delta(z) + \delta(z-a)] f[y, t - \frac{1}{c(1+M)} x]
 \end{aligned}$$

además, dado que se produce emisión simultánea en las fuentes situadas en $y=0$, en $y=a$, en $z=0$ y en $z=a$, se podrá escribir :

$$\begin{aligned}
 (5) \quad p(r,t) = & \frac{c(1-M^2)}{4a} f[z, t - \frac{1}{c(1+M)} x] + \\
 & + \frac{c(1-M^2)}{4a} f[y, t - \frac{1}{c(1+M)} x]
 \end{aligned}$$

Considerando la propagación a lo largo de una línea longitudinal del conducto, dada por las coordenadas z e y de su sección recta, se tendrá :

$$(6) \quad p(r,t) = \frac{c(1-M^2)}{4a} \{ f_z[t - \frac{x}{c(1+M)}] + f_y[t - \frac{x}{c(1+M)}] \}$$

Si se elige la propagación a lo largo de la línea

central del conducto, la anterior ecuación quedará expresada:

$$(7) \quad p(r,t) = \frac{c(1-M^2)}{2a} f_o \left[t - \frac{x}{c(1+M)} \right]$$

5.10. PROPAGACION TRANSVERSAL DE MODOS TRANSVERSALES.
EXCITADOS POR LAS FUENTES SECUNDARIAS EN UN CONDUCTO DE
SECCION CUADRADA.

Sea el conducto de sección cuadrada, representado en la siguiente figura:

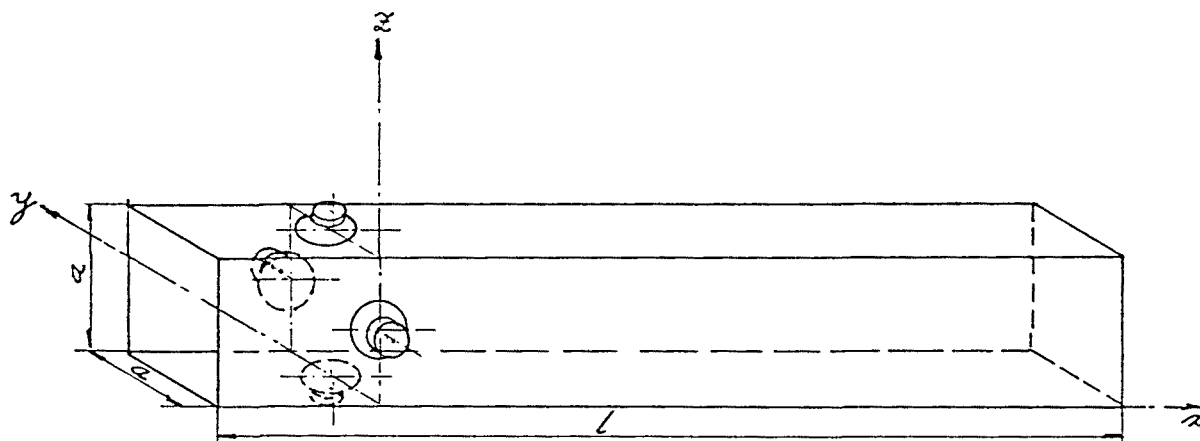


Figura 5.14. Distribución de los altavoces constituyentes de un anillo de fuentes secundarias en un conducto de sección cuadrada.

La densidad de fuentes secundarias se expresa por:

$$(1) \quad Q(r,w) = Q(x,y,z,w) =$$

$$= \frac{1}{4a} \{ f(z,w) [\delta(y) + \delta(y-a)] + f(y,w) [\delta(z) + \delta(z-a)] \} +$$

$$+ \frac{1}{2l} f(x,w) [\delta(y) + \delta(y-a)] + \frac{1}{2l} f(x,w) [\delta(z) + \delta(z-a)]$$

pero, si se considera que la longitud l del conducto es muy grande, pueden despreciarse los términos :

$$\frac{1}{2l} f(x,w) [\delta(y) + \delta(y-a)] \quad y$$

$$\frac{1}{2l} f(x,w) [\delta(z) + \delta(z-a)]$$

con lo que se obtendrá la siguiente expresión :

$$(2) \quad Q(x,y,z,w) = \frac{1}{4a} [\delta(y)+\delta(y-a)] f(z,w) + \\ + \frac{1}{4a} [\delta(z)+\delta(z-a)] f(y,w) = Q(y,z,w)$$

siendo:

$$f(z,w) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(w) \cos \frac{n \pi z}{a}$$

y

$$f(y,w) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(w) \cos \frac{n \pi y}{a}$$

Si se estudia la propagación transversal en la dirección y, podrá escribirse :

$$(3) \quad Q(y,z,w) = [\delta(y) + \delta(y-a)] q(z,w) .$$

siendo

$$(4) \quad q(z,w) = \frac{1}{4a} f(z,w)$$

Por otro lado :

$$\phi_{mn}(x,z) = \cos \frac{m \pi x}{l} \cos \frac{n \pi z}{a}$$

pero, considerando que l tiende a infinito, resulta que

$$\cos \frac{m \pi x}{l} \longrightarrow 1$$

por lo tanto:

$$\phi_{mn}(x,z) = \phi_m(x,z) = \phi_n(z) = \cos \frac{n \pi z}{a}$$

La ecuación de onda será:

$$\left(\frac{\delta^2}{\delta t^2} - c^2 \nabla^2 \right) p(r,t) = c^2 \frac{\delta}{\delta t} Q(r,t)$$

ya que no existe corriente de aire transversalmente.

Aplicando la transformación de Fourier:

$$[(i\omega)^2 - c^2 \nabla^2] p(r,\omega) = c^2 i\omega Q(r,\omega)$$

es decir

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2} + \nabla^2 \right) p(r,\omega) = -i\omega Q(r,\omega)$$

la cual, de acuerdo con (3), puede expresarse:

$$(5) \quad \left(\frac{\omega^2}{c^2} + \nabla^2 \right) p(r,\omega) = -i\omega [\delta(y) + \delta(y-a)] q(z,\omega)$$

ecuación que es exactamente la misma que se obtuvo en el apartado 5.5., para el caso de un conducto de sección rectangular.

Se obtiene :

$$Y(y, w) = \frac{w a(w)}{2k} [e^{-iky} - e^{+ik(y-a)}]$$

y la presión sonora será :

$$p(y, z, w) = \phi(z) \frac{w a(w)}{2k} [e^{-iky} - e^{+ik(y-a)}]$$

donde aplicando la transformada inversa de Fourier, se tiene:

$$p(y, z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{w}{2k} q(z, w) e^{i[wt - ky]} dw - \\ - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{w}{2k} q(z, w) e^{i[wt + k(y-a)]} dw$$

y considerando, solamente, el modo de onda plana en la dirección y, se tiene:

$$k = \frac{\sqrt{w^2 - \mu^2}}{c} = \frac{\sqrt{w^2}}{c} = \frac{w}{c}$$

ya que, en este caso, $\mu = 0$.

Luego

$$p(y, z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c}{2} q(z, w) e^{iw[t - \frac{y}{c}]} dw - \\ - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c}{2} q(z, w) e^{iw[t + \frac{y-a}{c}]} dw$$

y como

$$q(z,w) = \frac{1}{4a} f(z,w),$$

se tendrá :

$$p(y,z,t) = \frac{c}{8a} \int_{-\infty}^{\infty} f(z,w) e^{iw[t - \frac{y}{c}]} dw - \\ - \frac{c}{8a} \int_{-\infty}^{\infty} f(z,w) e^{iw[t + \frac{y-a}{c}]} dw$$

por tanto:

$$(6) \quad p(y,z,t) = \frac{c}{8a} f(z, t - \frac{y}{c}) - \frac{c}{8a} f(z, t + \frac{y-a}{c})$$

Considerando la propagación a una determinada altura z_0 del conducto, se tendrá:

$$(7) \quad p_0(y,t) = \frac{c}{8a} [f_0(t - \frac{y}{c}) - f_0(t + \frac{y-a}{c})]$$

ecuación que expresa la propagación transversal del modo de onda en la dirección y .

Operando de la misma forma, se obtiene la ecuación correspondiente a la propagación transversal del modo de onda en la dirección z :

$$(8) \quad p'(y,z,t) = \frac{c}{8a} [f(y, t - \frac{z}{c}) - f(y, t + \frac{z-a}{c})]$$

que, considerando la propagación a una distancia y_0 de la pared $z=0$, dará:

$$(9) \quad p_o'(z,t) = \frac{c}{8a} \left[f_o\left(t - \frac{z}{c}\right) - f_o\left(t + \frac{z-a}{c}\right) \right]$$

La propagación transversal total será :

$$(10) \quad p_o(y,z,t) = \frac{c}{8a} \left[f_o\left(t - \frac{y}{c}\right) - f_o\left(t + \frac{y-a}{c}\right) + f_o\left(t - \frac{z}{c}\right) - f_o\left(t + \frac{z-a}{c}\right) \right]$$

5.11. ATENUACION DE MODOS TRANSVERSALES EN UN CONDUCTO DE SECCION CUADRADA.

La propagación longitudinal del modo de onda plana, a lo largo del eje central del conducto, motivada por un anillo de cuatro fuentes, con una de ellas en cada cara del conducto, queda definida por :

$$(1) \quad p(x,t) = \frac{c(1-M^2)}{2a} f_0 \left[t - \frac{x}{c(1+M)} \right]$$

hacia la dirección corriente abajo y

$$(2) \quad p(x,t) = \frac{c(1-M^2)}{2a} f_0 \left[t + \frac{x}{c(1-M)} \right]$$

hacia la dirección corriente arriba.

Esta misma distribución de fuentes produce un modo de onda transversal en la dirección y, definida por :

$$(3) \quad p_1(y,t) = \frac{c}{8a} \left[f_1 \left(t - \frac{y}{c} \right) - f_1 \left(t + \frac{y-a}{c} \right) \right],$$

siendo la función f_1 igual a la expresada por f_0 en las ecuaciones (7) y (9) del anterior apartado 5.10, y otro modo de onda transversal en la dirección z, definido por :

$$(4) \quad p_1'(z,t) = \frac{c}{8a} \left[f_1 \left(t - \frac{z}{c} \right) - f_1 \left(t + \frac{z-a}{c} \right) \right]$$

Del mismo modo que en el caso del conducto de sección rectangular, montando otro anillo de fuentes, ahora cada anillo está formado por cuatro altavoces, a una distancia

longitudinal d del primero, se consigue que no haya propagación de ondas planas longitudinales en la dirección corriente arriba. Para ello, habrá que dar el mismo desfase electrónico $(\pi/w) - [d/c(1+M)]$, entre ambos anillos, que entonces.

La presión sonora en la dirección corriente abajo quedará definida por:

$$(5) \quad p(x,t) = \frac{c(1-M^2)f_0}{a} \sin \frac{w \tau_0}{2} \cos w \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \frac{\tau_0}{2} \right]$$

siendo

$$(6) \quad \tau_0 = \frac{2d}{c(1-M^2)}$$

La relación entre la amplitud sinusoidal de la presión sonora obtenida a la salida de los dos anillos de fuentes y la amplitud constante que se obtiene, también, a la salida en el caso de un solo anillo de fuentes, es:

$$n = 2 \left| \sin \frac{w \tau_0}{2} \right|$$

exactamente igual que la que se dedujo para el caso del conducto de sección rectangular.

El primer anillo de fuentes secundarias produce una propagación transversal en la dirección y , expresada por la ecuación (3) :

$$(3) \quad p_1(y,t) = \frac{c}{8a} \left[f_1 \left(t - \frac{y}{c} \right) - f_1 \left(t + \frac{y-a}{c} \right) \right]$$

y otra en la dirección z , representada por la ecuación (4):

$$(4) \quad p_1'(z,t) = \frac{c}{8a} \left[f_1\left(t - \frac{z}{c}\right) - f_1\left(t + \frac{z-a}{c}\right) \right]$$

El segundo anillo de fuentes produce una propagación transversal en la dirección y , expresada por la siguiente ecuación (7):

$$(7) \quad p_2(y,t) = \frac{c}{8a} \left[f_2\left(t - \frac{y}{c}\right) - f_2\left(t + \frac{y-a}{c}\right) \right]$$

y otra en la dirección z , expresada por la ecuación (8), que sigue :

$$(8) \quad p_2'(z,t) = \frac{c}{8a} \left[f_2\left(t - \frac{z}{c}\right) - f_2\left(t + \frac{z-a}{c}\right) \right]$$

Por consiguiente, la propagación transversal de los dos anillos de fuentes en la dirección y , es:

$$(9) \quad p(y,t) = \frac{c}{8a} \left[f_1\left(t - \frac{y}{c}\right) - f_1\left(t + \frac{y-a}{c}\right) + \right. \\ \left. + f_2\left(t - \frac{y}{c}\right) - f_2\left(t + \frac{y-a}{c}\right) \right]$$

y en la dirección z , es :

$$(10) \quad p(z,t) = \frac{c}{8a} \left[f_1\left(t - \frac{z}{c}\right) - f_1\left(t + \frac{z-a}{c}\right) + \right. \\ \left. + f_2\left(t - \frac{z}{c}\right) - f_2\left(t + \frac{z-a}{c}\right) \right]$$

Teniendo ahora en cuenta la condición para que no exista propagación de ondas planas longitudinales en la dirección corriente arriba,

$$f_1(t) = -f_2\left[t - \frac{d}{c(1-M)}\right],$$

la ecuación de la propagación transversal, según la dirección y, quedará :

$$p(y,t) = \frac{c}{8a} \left\{ -f_2\left[t - \frac{d}{c(1-M)} - \frac{y}{c}\right] + f_2\left[t - \frac{d}{c(1-M)} + \frac{y}{c} - \frac{a}{c}\right] + \right. \\ \left. + f_2\left(t - \frac{y}{c}\right) - f_2\left(t + \frac{y}{c} - \frac{a}{c}\right) \right\}$$

o lo que es lo mismo

$$(11) \quad p(y,t) = \frac{c}{8a} \left\{ f_2\left(t - \frac{y}{c}\right) - f_2\left(t + \frac{y}{c} - \frac{a}{c}\right) - \right. \\ \left. - f_2\left[t - \frac{y}{c} - \frac{d}{c(1-M)}\right] + f_2\left[t + \frac{y}{c} - \frac{a}{c} - \frac{d}{c(1-M)}\right] \right\}$$

la cual, teniendo en cuenta, como en el apartado 5.7. "Atenuación de modos transversales en un conducto de sección rectangular", que:

$$-\frac{d}{c(1-M)} = \frac{d}{c(1+M)} - \tau_0,$$

podrá expresarse :

$$(12) \quad p(y,t) = \frac{c}{8a} \left\{ f_2\left(t - \frac{y}{c}\right) - f_2\left(t + \frac{y}{c} - \frac{a}{c}\right) - \right.$$

$$- f_2[t - \frac{y}{c} + \frac{d}{c(1+M)} - \tau_0] + f_2[t + \frac{y}{c} - \frac{a}{c} + \frac{d}{c(1+M)} - \tau_0]]$$

que constituye la presión sonora transversal generada por los dos anillos de fuentes secundarias, en la dirección y .

Del mismo modo, se obtiene la presión sonora transversal generada por los mismos dos anillos de fuentes, en la dirección z :

$$(13) \quad p(z, t) = \frac{c}{8a} \left\{ f_2\left(t - \frac{z}{c}\right) - f_2\left(t + \frac{z}{c} - \frac{a}{c}\right) - \right. \\ \left. - f_2\left[t - \frac{z}{c} + \frac{d}{c(1+M)} - \tau_0\right] + f_2\left[t + \frac{z}{c} - \frac{a}{c} + \frac{d}{c(1+M)} - \tau_0\right] \right\}$$

Otros dos anillos de fuentes secundarias separados, entre sí, la misma distancia d que los dos primeros, pero conectados en oposición de fase con ellos, producirán una propagación transversal, en la dirección y , y otra en la dirección z , expresadas, respectivamente, por las siguientes ecuaciones (14) y (15):

$$(14) \quad p'(y, t) = \frac{c}{8a} \left\{ - f_2\left(t - \frac{y}{c}\right) + f_2\left(t + \frac{y}{c} - \frac{a}{c}\right) + \right. \\ \left. + f_2\left[t - \frac{y}{c} + \frac{d}{c(1+M)} - \tau_0\right] - f_2\left[t + \frac{y}{c} - \frac{a}{c} + \frac{d}{c(1+M)} - \tau_0\right] \right\}$$

$$(15) \quad p'(z, t) = \frac{c}{8a} \left\{ - f_2\left(t - \frac{z}{c}\right) + f_2\left(t + \frac{z}{c} - \frac{a}{c}\right) + \right. \\ \left. + f_2\left[t - \frac{z}{c} + \frac{d}{c(1+M)} - \tau_0\right] - f_2\left[t + \frac{z}{c} - \frac{a}{c} + \frac{d}{c(1+M)} - \tau_0\right] \right\}$$

Puede observarse que los modos transversales en la dirección y , dados por las ecuaciones (12) y (14), se anulan entre sí y, asimismo, ocurre con los modos transversales en la dirección z , dados por las ecuaciones (13) y (15).

Sin embargo, estos dos nuevos anillos de fuentes, que tampoco producirán propagación longitudinal corriente arriba, puesto que la distancia, entre ellos, es la misma que guardan los dos primeros y el desfase electrónico, también, es el mismo, darán lugar a propagación corriente abajo del conducto, que se superpondrá con la correspondiente a la de los dos primeros anillos.

En la figura 5.15 se muestra el esquema de dicha distribución de fuentes secundarias, con los desfases previstos.

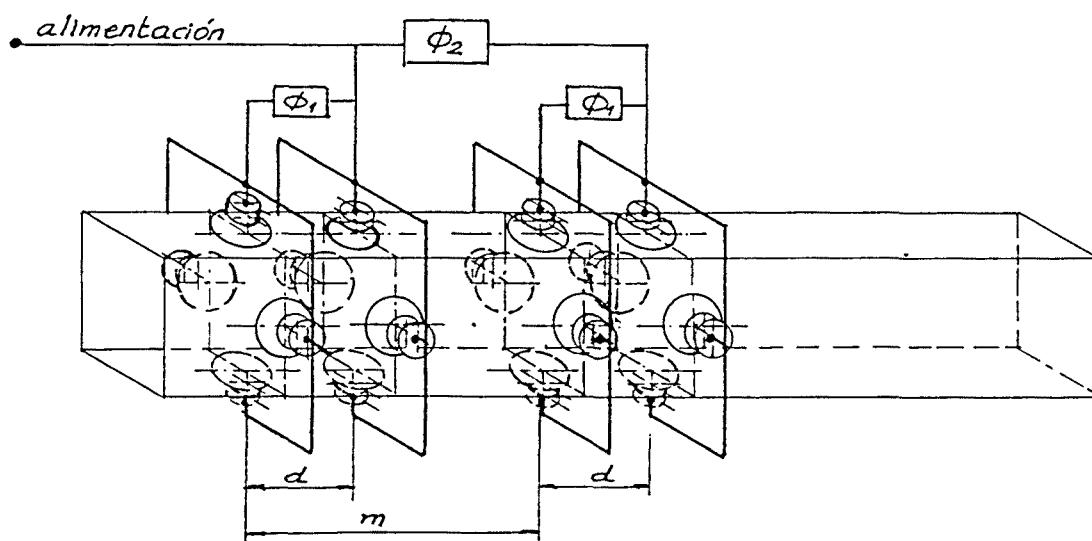


Figura 5.15. Sistema de fuentes secundarias compuesto por dos conjuntos unidireccionales de dos anillos de altavoces cada uno. Desfases.

donde

$$\phi_1 = \frac{\pi}{w} - \frac{d}{c(1-M)} \quad (\text{desfase electrónico})$$

$$\phi_2 = \frac{\pi}{w} \quad (\text{desfase electrónico})$$

La presión sonora propagada por los dos primeros anillos, en la dirección longitudinal corriente abajo, será:

$$(16) \quad p(x,t) = \frac{c(1-M^2)}{2a} \left\{ f_1 \left[t - \frac{x}{c(1+M)} \right] + f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} \right] \right\}$$

pero que, teniendo en cuenta la condición de unidireccionalidad,

$$f_1(t) = - f_2 \left[t - \frac{d}{c(1-M)} \right],$$

quedará:

$$(17) \quad p(x,t) = \frac{c(1-M^2)}{2a} \left\{ -f_2 \left[t - \frac{x}{c(1+M)} - \frac{d}{c(1-M)} \right] + f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} \right] \right\}$$

que tiene la misma forma que en el caso del conducto de sección rectangular, por lo que, operando como en aquel caso, se tiene:

$$(18) \quad p(x,t) = \frac{c(1-M^2)}{2a} \left\{ f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} \right] - f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_0 \right] \right\}$$

donde

$$\tau_0 = \frac{2d}{c(1-M^2)}$$

Los dos nuevos anillos de fuentes producirán una

presión sonora, que se propagará según la siguiente ecuación (19):

$$(19) \quad p'(x,t) =$$

$$= \frac{-c(1-M^2)}{2a} \left\{ f_1 \left[t - \frac{x}{c(1+M)} + \frac{m}{c(1+M)} \right] + f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} + \frac{m}{c(1+M)} \right] \right\}$$

la que, teniendo en cuenta la condición de unidireccionalidad y operando, dará lugar a:

$$(20) \quad p'(x,t) = \frac{-c(1-M^2)}{2a} \left\{ f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} + \tau_m \right] - \right. \\ \left. - f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_o + \tau_m \right] \right\}$$

siendo

$$\tau_m = \frac{m}{c(1+M)}$$

donde se observa el desfase τ_m debido a la posición relativa entre los dos nuevos anillos de fuentes respecto a los dos primeros, así como el desfase de 180° (signo negativo) que debe darse a la emisión de éstos con respecto a la de aquéllos.

Tratándose de salidas sinusoidales, y teniendo en cuenta que la presión sonora total propagada por los cuatro anillos en la dirección corriente abajo es

$$p_t(x,t) = p(x,t) + p'(x,t) \quad ,$$

se tendrá:

$$(21) \quad p_t(x,t) = \frac{c(1-M^2)f_0}{a} \sin \frac{w\tau_0}{2} \left\{ \cos w \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \frac{\tau_0}{2} \right] + \right. \\ \left. + \cos w \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \frac{\tau_0}{2} + \tau_m + \frac{\pi}{w} \right] \right\}$$

donde

$$\tau_m = \frac{m}{c(1+M)}$$

Si se impone que la distancia m , entre el primer anillo y el tercero sea:

$$m = \frac{(2n-1) \pi c(1+M)}{w},$$

siendo $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

lo que implica que

$$\tau_m = \frac{(2n-1) \pi}{w},$$

entonces se obtiene :

$$(22) \quad p_t(x,t) = \frac{2c(1-M^2)f_0}{a} \sin \frac{w\tau_0}{2} \cos w \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \frac{\tau_0}{2} \right]$$

La relación de amplitud de la anterior presión sonora a la de la que se obtendría con un solo anillo de fuentes, es:

$$(23) \quad n = 4 \left| \sin \frac{w \tau_0}{2} \right|$$

que, como en el caso del conducto de sección rectangular,

tiene la siguiente representación:

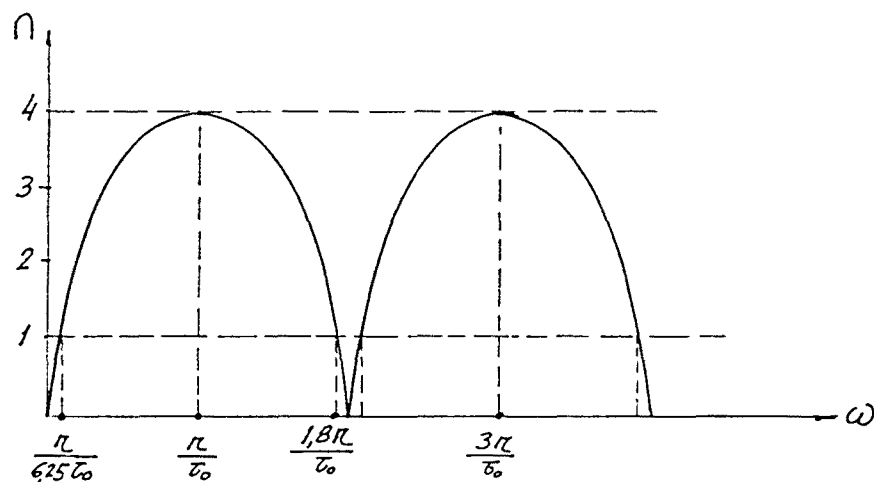


Figura 5.16. Relación entre la amplitud de emisión de los cuatro anillos de fuentes, hacia la dirección corriente abajo, y la emitida por uno solo, en función de la frecuencia angular.

Haciendo coincidir una frecuencia de máxima amplitud, $w = (2n-1)\pi/\tau_0$, con la frecuencia a la que se produce un mayor pico en el espectro del ruido primario, para conseguir la mayor eficacia del sistema, se obtendrá la distancia a que deben colocarse los anillos de cada pareja, entre sí:

$$\frac{(2n-1)\pi}{w} = \frac{2d}{c(1-M^2)}$$

de donde

$$(24) \quad d = \frac{(2n-1)\pi c(1-M^2)}{2w}$$

Análogamente a como se hizo en el caso del conducto de sección rectangular, el anterior sistema de fuentes, compuesto por cuatro anillos de ellas, puede complementarse con otro sistema, en el cual las distancias entre cada

pareja de anillos sea d' .

Este sistema de fuentes complementario da lugar a una propagación corriente abajo, expresada por :

$$(25) \quad p_{\tau'}(x,t) = \frac{c(1-M^2)f_0'}{a} \sin \frac{w\tau_0'}{2} \left\{ \cos w \left[t - \frac{x - d'}{c(1+M)} - \frac{\tau_0'}{2} \right] + \right. \\ \left. + \cos w \left[t - \frac{x - d'}{c(1+M)} - \frac{\tau_0'}{2} + \tau_m' + \frac{\pi}{w} \right] \right\}$$

siendo

$$\tau_0' = \frac{2d'}{c(1-M^2)}$$

y

$$\tau_m' = \frac{m'}{c(1+M)}$$

donde tomando, al igual que en el apartado 5.8.,

$$m' = \frac{(2n-1) \pi c (1+M)}{w}$$

resulta

$$\tau_m' = \frac{(2n-1) \pi}{w}$$

y, por consiguiente, la ecuación (25) quedará:

$$(26) \quad p_{\tau'}(x,t) = \frac{c(1-M^2)f_0'}{a} \sin \frac{w\tau_0'}{2} \left\{ \cos w \left[t - \frac{x - d'}{c(1+M)} - \frac{\tau_0'}{2} \right] + \right. \\ \left. + \cos w \left[t - \frac{x - d'}{c(1+M)} - \frac{\tau_0'}{2} \right] \right\}$$

es decir :

$$(27) \quad p_{t'}(x,t) = \frac{2c(1-M^2)f_o'}{a} \sin \frac{w\tau_o'}{2} \cos w\left[t - \frac{x-d'}{c(1+M)} - \frac{\tau_o'}{2}\right]$$

Superponiendo esta expresión de la presión sonora con la correspondiente al primer sistema, se obtiene:

$$p_T(x,t) = p_t(x,t) + p_{t'}(x,y)$$

la que, sustituyendo $p_t(x,t)$ y $p_{t'}(x,t)$ por las expresiones (22) y (27), respectivamente, da lugar a :

$$(28) \quad p_T(x,t) = \frac{2c(1-M^2)f_o}{a} \sin \frac{w\tau_o}{2} \cos w\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \frac{\tau_o}{2}\right] + \\ + \frac{2c(1-M^2)f_o'}{a} \sin \frac{w\tau_o'}{2} \cos w\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \frac{\tau_o}{2} + \tau_T\right]$$

siendo

$$(29) \quad \tau_T = \frac{d'-d}{c(1+M)} - \frac{\tau_o' - \tau_o}{2}$$

Dando un desfase electrónico de

$$(30) \quad \tau_T' = -\tau_T = \frac{d-d'}{c(1+M)} - \frac{\tau_o - \tau_o'}{2}$$

al segundo sistema, respecto al primero, se consigue que:

$$\cos w\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \frac{\tau_o}{2}\right] = \cos w\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \frac{\tau_o}{2} + \tau_T + \tau_T'\right]$$

con lo cual

$$(31) \quad p_T(x, t) =$$

$$= \frac{2c(1-M^2)}{a} \left(f_o \sin \frac{w\tau_o}{2} + f_o' \sin \frac{w\tau_o'}{2} \right) \cos w \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \frac{\tau_o}{2} \right]$$

observándose, de la anterior ecuación, que

$$(32) \quad \frac{2c(1-M^2)}{a} \left(f_o \left| \sin \frac{w\tau_o}{2} \right| + f_o' \left| \sin \frac{w\tau_o'}{2} \right| \right)$$

es el valor absoluto de la amplitud de la presión sonora de salida, del sistema resultante, en la dirección corriente abajo.

La relación entre dicha amplitud y la amplitud constante, que proporciona un solo anillo de fuentes, es :

$$(33) \quad n = 4 \left(\left| \sin \frac{w\tau_o}{2} \right| + \frac{f_o'}{f_o} \left| \sin \frac{w\tau_o'}{2} \right| \right)$$

en la que imponiendo que :

$$\frac{\pi}{\tau_o'} = \frac{\pi}{2\tau_o}$$

es decir

$$\tau_o' = 2\tau_o$$

y que la amplitud de alimentación del segundo sistema de fuentes sea una fracción de la del primero, se obtiene el gráfico de amplitud en función de la frecuencia, representado en la figura nº 5.17.

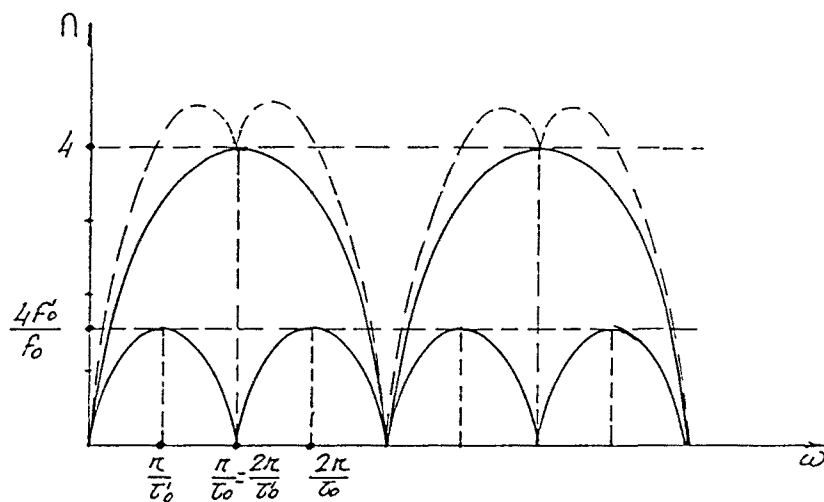


Figura 5.17. Relación entre la amplitud de emisión de los dos sistemas de fuentes secundarias (principal y complementario), hacia la dirección corriente abajo, y la emitida por un anillo de altavoces, en función de la frecuencia angular.

5.12. ATENUACION DE MODOS TRANSVERSALES EN UN CONDUCTO DE SECCION RECTANGULAR. UTILIZANDO DOS CONJUNTOS DE TRES ANILLOS DE FUENTES CADA UNO.

Un anillo de fuentes, montadas en las paredes de lados más cortos de un conducto de sección rectangular, produce una propagación longitudinal, en la dirección corriente abajo, expresada por:

$$(1) \quad p(x,t) = \frac{c(1-M^2)}{2a} f\left[t - \frac{x}{c(1+M)}\right]$$

y, asimismo, produce propagación longitudinal, en la dirección corriente arriba, expresada por:

$$(2) \quad p(x,t) = \frac{c(1-M^2)}{2a} f\left[t + \frac{x}{c(1-M)}\right]$$

La propagación transversal, en la dirección y, que dicha distribución de fuentes produce, se expresa:

$$(3) \quad p(y,t) = \frac{c}{4a} \left[f\left(t - \frac{y}{c}\right) - f\left(t + \frac{y-b}{c}\right) \right]$$

El montaje de otros dos anillos de fuentes, de forma que el segundo diste d del primero y el tercero diste h del mismo, como se indica en el esquema de la figura 5.18, da lugar a una salida, hacia la dirección corriente arriba, expresada por:

$$(4) \quad p(x,t) =$$

$$= \frac{c(1-M^2)}{2a} \left\{ f_1 \left[t + \frac{x}{c(1-M)} \right] + f_2 \left[t + \frac{x-d}{c(1-M)} \right] + f_3 \left[t + \frac{x-h}{c(1-M)} \right] \right\}$$

$$\text{para } x \leq 0$$

mientras que en la dirección corriente abajo, se obtiene:

$$(5) \quad p(x,t) =$$

$$= \frac{c(1-M^2)}{2a} \left\{ f_1 \left[t - \frac{x}{c(1+M)} \right] + f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} \right] + f_3 \left[t - \frac{x-h}{c(1+M)} \right] \right\}$$

$$\text{para } x \geq h$$

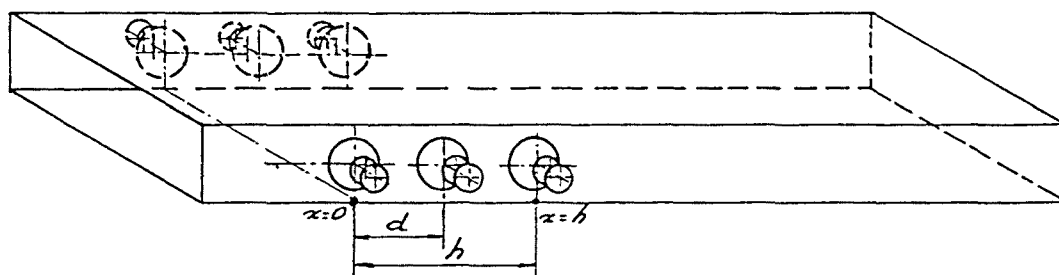


Figura 5.18. Distribución de fuentes secundarias de un conjunto unidireccional compuesto por tres anillos de altavoces, en un conducto de sección rectangular.

Estableciendo la condición :

$$(6) \quad f_1(t) = - f_2 \left[t - \frac{d}{c(1-M)} \right] - f_3 \left[t - \frac{h}{c(1-M)} \right]$$

no se producirá propagación en la dirección corriente arriba.

Sustituyendo dicha condición en la ecuación (5) se obtendrá la expresión de la propagación producida por el

conjunto en la dirección corriente abajo:

$$(7) \quad p(x,t) =$$

$$= \frac{c(1-M^2)}{2a} \left\{ -f_2 \left[t - \frac{x}{c(1+M)} - \frac{d}{c(1-M)} \right] - f_3 \left[t - \frac{x}{c(1+M)} - \frac{h}{c(1-M)} \right] + \right. \\ \left. + f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} \right] + f_3 \left[t - \frac{x-h}{c(1+M)} \right] \right\}$$

expresión que, operando análogamente a como se hizo en el apartado 5.6., podrá escribirse :

$$(8) \quad p(x,t) = \frac{c(1-M^2)}{2a} \left\{ f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} \right] - f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_2 \right] + \right. \\ \left. + f_3 \left[t - \frac{x-h}{c(1+M)} \right] - f_3 \left[t - \frac{x-h}{c(1+M)} - \tau_3 \right] \right\}$$

siendo

$$(9) \quad \tau_2 = \frac{2d}{c(1-M^2)}$$

$$(10) \quad \tau_3 = \frac{2h}{c(1-M^2)}$$

Deben hallarse valores de la relación τ_2/τ_3 , tales que se obtenga una amplitud de salida significativa para un rango de frecuencias lo mayor posible.

El cálculo en el dominio de frecuencias facilitará la determinación de dichos parámetros.

Aplicando la transformación de Fourier a la ecuación (8) de propagación en la dirección corriente abajo, se tiene:[21]

$$(11) \quad p(x, w) =$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{c(1-M^2)}{2a} \left\{ e^{-i\omega \frac{x-d}{c(1+M)}} f_2(w) - e^{-i\omega \frac{x-d}{c(1+M)}} e^{-i\omega \tau_2} f_2(w) + \right. \\
 &\quad \left. + e^{-i\omega \frac{x-h}{c(1+M)}} f_3(w) - e^{-i\omega \frac{x-h}{c(1+M)}} e^{-i\omega \tau_3} f_3(w) \right\} = \\
 &= \frac{c(1-M^2)}{2a} \left\{ e^{-i\omega \frac{x-d}{c(1+M)}} f_2(w) [1 - e^{-i\omega \tau_2}] + \right. \\
 &\quad \left. + e^{-i\omega \frac{x-h}{c(1+M)}} f_3(w) [1 - e^{-i\omega \tau_3}] \right\}
 \end{aligned}$$

Resulta evidente que a las frecuencias para las cuales

$$e^{-i\omega \tau_2} = e^{-i\omega \tau_3} = 1$$

se obtendrá que $p(x, w) = 0$.

Sin embargo, si se elige :

$$(12) \quad f_3(w) = f_2(w) e^{-i\omega \frac{h-d}{c(1+M)}}$$

lo que, en el dominio del tiempo, sería :

$$(13) \quad f_3(t) = f_2\left[t - \frac{h-d}{c(1+M)}\right],$$

es decir que la función f_2 sea una función retardada de la f_3 , y sustituyendo esta ecuación (12) en la (11), se obtiene:

$$\begin{aligned}
 p(x, \omega) &= \frac{c(1-M^2)}{2a} \left\{ e^{-i\omega \frac{x-d}{c(1+M)}} f_2(\omega) [1 - e^{-i\omega \tau_2}] + \right. \\
 &+ e^{-i\omega \frac{x-h}{c(1+M)}} e^{-i\omega \frac{h-d}{c(1+M)}} f_2(\omega) [1 - e^{-i\omega \tau_3}] \left. \right\} = \\
 &= \frac{c(1-M^2)}{2a} \left\{ e^{-i\omega \frac{x-d}{c(1+M)}} f_2(\omega) [1 - e^{-i\omega \tau_2}] + \right. \\
 &+ e^{-i\omega \frac{x-d}{c(1+M)}} f_2(\omega) [1 - e^{-i\omega \tau_3}] \left. \right\} = \\
 &= \frac{c(1-M^2)}{2a} \left\{ e^{-i\omega \frac{x-d}{c(1+M)}} f_2(\omega) [2 - e^{-i\omega \tau_2} - e^{-i\omega \tau_3}] \right\}
 \end{aligned}$$

y, por consiguiente, se tiene finalmente:

$$\begin{aligned}
 (14) \quad p(x, \omega) &= \\
 &= \frac{c(1-M^2)}{2a} 2 |1 - 0,5(e^{-i\omega \tau_2} + e^{-i\omega \tau_3})| f_2(\omega) e^{-i\omega \frac{x-d}{c(1+M)}}
 \end{aligned}$$

que solamente se anulará si $e^{-i\omega \tau_2} = e^{-i\omega \tau_3} = 1$.

Dividiendo la amplitud de la anterior función por la que presentaría la segunda fuente, actuando sola, se obtiene la siguiente relación de amplitudes:

$$(15) \quad \eta(\tau_2, \tau_3) = 2 \left| 1 - 0,5(e^{-i\omega\tau_2} + e^{-i\omega\tau_3}) \right|$$

A continuación se determinan algunos puntos de la función de relación de amplitudes (ecuación nº 15), para el caso en que $(\tau_2/\tau_3) = \frac{1}{2}$.

$$(16) \quad \eta = 2 \left| 1 - 0,5 (e^{-i\omega\tau} + e^{-i\omega 2\tau}) \right|$$

donde $\tau = \tau_2$ y $2\tau = \tau_3$

Para diferentes valores de ω se obtiene :

$$\omega \tau = 0 \quad ; \quad \eta = 2 \left| 1 - 0,5 (1+1) \right| = 0$$

$$\omega \tau = 2\pi \quad ; \quad \eta = 2 \left| 1 - 0,5 (1+1) \right| = 0$$

$$\omega \tau = 0,22\pi \quad ; \quad \eta = 2 \left| 1 - 0,5 (0,77 + 0,18) \right| = 1$$

$$\omega \tau = 0,25\pi \quad ; \quad \eta = 2 \left| 1 - 0,5 (0,7 + 0) \right| = 1,3$$

$$\omega \tau = 0,5\pi \quad ; \quad \eta = 2 \left| 1 - 0,5 (0-1) \right| = 3$$

$$\omega \tau = 0,6\pi \quad ; \quad \eta = 2 \left| 1 - 0,5 (-0,309 - 0,809) \right| = 3,12$$

$$\omega \tau = 0,75\pi \quad ; \quad \eta = 2 \left| 1 - 0,5 (-0,7 + 0) \right| = 2,7$$

$$\omega \tau = \pi \quad ; \quad n = 2 \mid 1 - 0,5 (-1 + 1) \mid = 2$$

$$\omega \tau = \frac{3\pi}{2} \quad ; \quad n = 2 \mid 1 - 0,5 (0 - 1) \mid = 3$$

$$\omega \tau = \frac{5\pi}{4} \quad ; \quad n = 2 \mid 1 - 0,5 (-0,7 + 0) \mid = 2,7$$

$$\omega \tau = \frac{7\pi}{4} \quad ; \quad n = 2 \mid 1 - 0,5 (0,7 + 0) \mid = 1,3$$

$$\omega \tau = 1,78\pi \quad ; \quad n = 2 \mid 1 - 0,5 (0,77 + 0,18) \mid = 1$$

lo que da lugar a la representación gráfica mostrada en la figura nº 5.19.

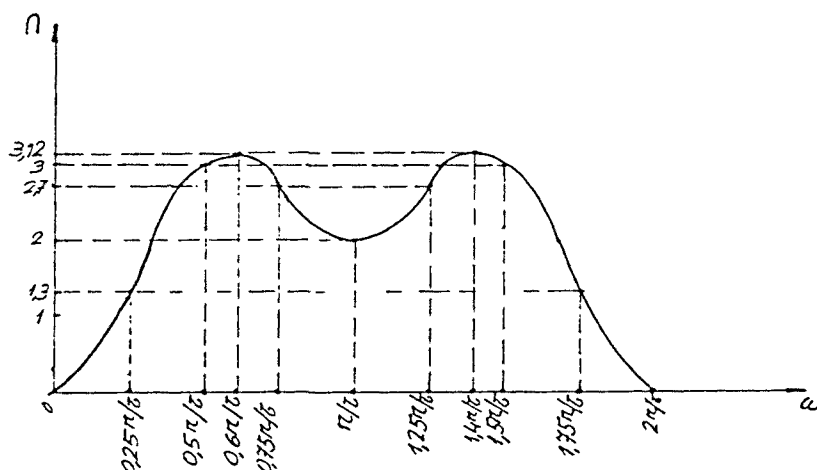


Figura 5.19. Relación entre la amplitud de emisión de los tres anillos de fuentes secundarias, hacia la dirección corriente abajo, y la emitida por uno solo, en función de la frecuencia angular, para el caso en que $(\tau_2/\tau_3) = \frac{1}{2}$.

Resulta interesante, también, el caso en que los

valores τ_2 y τ_3 guardan la relación $(\tau_2/\tau_3)=2/3$.

Al objeto de obtener la representación gráfica de la relación de amplitudes, se determinará la misma para diferentes valores de w .

$$\frac{\tau_2}{\tau_3} = \frac{2}{3} \longrightarrow \tau_3 = \frac{3}{2} \tau_2$$

luego :

$$(17) \quad \eta = 2 \left| 1 - 0,5 (e^{-1w\tau} + e^{-1w3\tau/2}) \right|$$

siendo

$$\tau = \tau_2 \quad \text{y} \quad 3\tau/2 = \tau_3$$

$$w\tau = 0 \quad ; \quad \eta = 2 \left| 1 - 0,5 (1 + 1) \right| = 0$$

$$w\tau = 0,27\pi \quad ; \quad \eta = 2 \left| 1 - 0,5 (0,6613 + 0,2940) \right| = 1,04$$

$$w\tau = \pi/3 \quad ; \quad \eta = 2 \left| 1 - 0,5 (0,5 + 0) \right| = 1,5$$

$$w\tau = \pi/2 \quad ; \quad \eta = 2 \left| 1 - 0,5 (0 - 0,707) \right| = 2,7$$

$$w\tau = 2\pi/3 \quad ; \quad \eta = 2 \left| 1 - 0,5 (-0,5 - 1) \right| = 3,5$$

$$w\tau = 3\pi/4 \quad ; \quad \eta = 2 \left| 1 - 0,5 (-0,707 - 0,9239) \right| = 3,63$$

$$w\tau = \pi \quad ; \quad \eta = 2 \left| 1 - 0,5 (-1 + 0) \right| = 3$$

$$w\tau = \pi + \frac{1}{4}\pi = 5\pi/4 \quad ; \quad \eta = 2 \left| 1 - 0,5 (-0,707 + 0,9239) \right| = 1,78$$

$$w\tau = \pi + \pi/3 = 4\pi/3 \quad ; \quad \eta = 2 \left| 1 - 0,5 (-0,5 + 1) \right| = 1,5$$

$$\omega \tau = \pi + \frac{1}{2}\pi = 3\pi/2 \quad ; \quad \rho = 2 \mid 1 - 0,5 (0 + 0,7) \mid = 1,3$$

$$\omega \tau = \pi + 2\pi/3 = 5\pi/3 \quad ; \quad \rho = 2 \mid 1 - 0,5 (0,5 + 0) \mid = 1,5$$

$$\omega \tau = \pi + 3\pi/4 = 7\pi/4 \quad ; \quad \rho = 2 \mid 1 - 0,5 (0,707 - 0,3827) \mid = 1,67$$

$$\omega \tau = 1,8\pi \quad ; \quad \rho = 2 \mid 1 - 0,5 (0,809 - 0,5878) \mid = 1,77$$

$$\omega \tau = 1,9\pi \quad ; \quad \rho = 2 \mid 1 - 0,5 (0,9511 - 0,8910) \mid = 1,94$$

$$\omega \tau = 2\pi \quad ; \quad \rho = 2 \mid 1 - 0,5 (1 - 1) \mid = 2$$

$$\omega \tau = 2\pi + \frac{1}{2}\pi = 5\pi/2 \quad ; \quad \rho = 2 \mid 1 - 0,5 (0 + 0,7) \mid = 1,3$$

$$\omega \tau = 3\pi + \pi/4 = 13\pi/4 \quad ; \quad \rho = 2 \mid 1 - 0,5 (-0,707 - 0,9239) \mid = 3,63$$

$$\omega \tau = 3,73\pi \quad ; \quad \rho = 2 \mid 1 - 0,5 (0,66613 + 0,2940) \mid = 1,04$$

$$\omega \tau = 4\pi \quad ; \quad \rho = 2 \mid 1 - 0,5 (1 + 1) \mid = 0$$

cuya representación gráfica se expone en la siguiente figura nº 5.20.

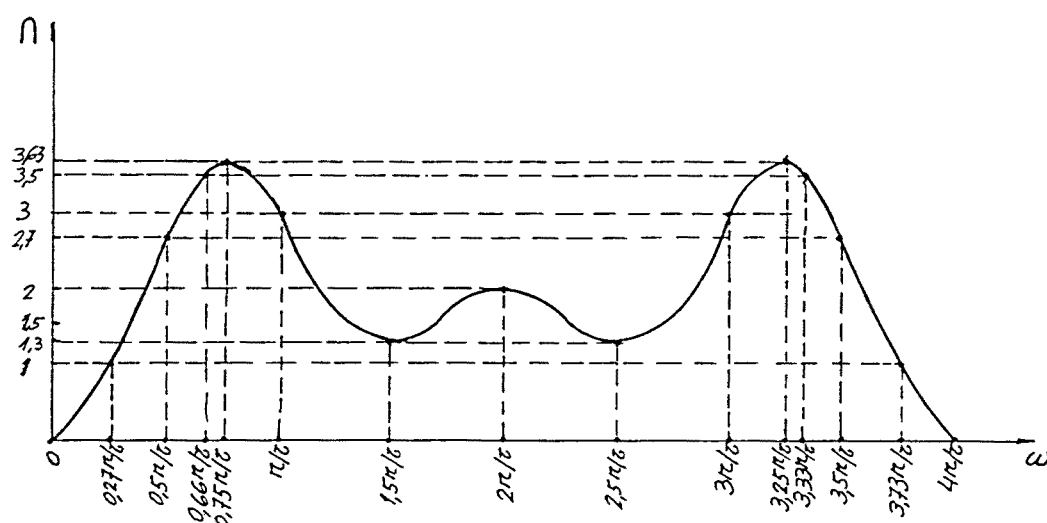


Figura 5.20. Relación entre la amplitud de emisión de los tres anillos de fuentes secundarias, hacia la dirección corriente abajo, y la emitida por uno solo, en función de la frecuencia angular, para el caso en que $(\tau_2/\tau_3) = 2/3$.

Puede apreciarse que, con esta distribución de los valores de τ_2 y τ_3 , se consigue un resultado muy aceptable, ya que la gama de frecuencias para la que la relación de amplitud es mayor que 1, queda comprendida entre $0,27\pi/\tau$ y $3,73\pi/\tau$.

La ecuación (14) puede ponerse :

$$p(x, \omega) = \frac{c(1-M^2)}{2a} \left\{ 2 e^{-i\omega \frac{x-d}{c(1+M)}} f_2(\omega) - e^{-i\omega \left[\frac{x-d}{c(1+M)} + \tau_2 \right]} f_2(\omega) - e^{-i\omega \left[\frac{x-d}{c(1+M)} + \tau_3 \right]} f_2(\omega) \right\}$$

que expresada en el dominio del tiempo quedará:

$$(18) \quad p(x,t) = \frac{c(1-M^2)}{2a} \left\{ 2 f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} \right] - \right. \\ \left. - f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_2 \right] - f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_3 \right] \right\}$$

para $x \geq h$

lo que constituye la ecuación de la propagación de ondas planas en la dirección longitudinal corriente abajo del conducto.

Teniendo ahora en cuenta la ecuación (3), para la propagación transversal en la dirección y de un anillo de fuentes, el primero de los tres anillos dará lugar a :

$$(19) \quad p_1(y,t) = \frac{c}{4a} \left[f_1 \left(t - \frac{y}{c} \right) - f_1 \left(t + \frac{y-b}{c} \right) \right]$$

el segundo anillo:

$$(20) \quad p_2(y,t) = \frac{c}{4a} \left[f_2 \left(t - \frac{y}{c} \right) - f_2 \left(t + \frac{y-b}{c} \right) \right]$$

y el tercero :

$$(21) \quad p_3(y,t) = \frac{c}{4a} \left[f_3 \left(t - \frac{y}{c} \right) - f_3 \left(t + \frac{y-b}{c} \right) \right]$$

Por lo que la propagación transversal de los tres anillos de fuentes será:

$$\begin{aligned}
 (22) \quad p(y,t) = & \frac{c}{4a} \left[f_1\left(t - \frac{y}{c}\right) - f_1\left(t + \frac{y-b}{c}\right) + \right. \\
 & + f_2\left(t - \frac{y}{c}\right) - f_2\left(t + \frac{y-b}{c}\right) + \\
 & \left. + f_3\left(t - \frac{y}{c}\right) - f_3\left(t + \frac{y-b}{c}\right) \right]
 \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta la condición dada por la ecuación (6), para que no exista propagación longitudinal de ondas planas en la dirección corriente arriba

$$(6) \quad f_1(t) = -f_2\left[t - \frac{d}{c(1-M)}\right] - f_3\left[t - \frac{h}{c(1-M)}\right]$$

se tendrá :

$$\begin{aligned}
 (23) \quad p(y,t) = & \frac{c}{4a} \left\{ -f_2\left[t - \frac{d}{c(1-M)} - \frac{y}{c}\right] - f_3\left[t - \frac{h}{c(1-M)} - \frac{y}{c}\right] + \right. \\
 & + f_2\left[t - \frac{d}{c(1-M)} + \frac{y-b}{c}\right] + f_3\left[t - \frac{h}{c(1-M)} + \frac{y-b}{c}\right] + \\
 & + f_2\left(t - \frac{y}{c}\right) - f_2\left(t + \frac{y-b}{c}\right) + \\
 & \left. + f_3\left(t - \frac{y}{c}\right) - f_3\left(t + \frac{y-b}{c}\right) \right\}
 \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta que :

$$-\frac{d}{c(1-M)} = -\frac{d}{c(1-M)} + \frac{d}{c(1+M)} - \frac{d}{c(1+M)} =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{d}{c(1+M)} - \frac{d}{c} \left(\frac{1}{1-M} + \frac{1}{1+M} \right) = \\
&= \frac{d}{c(1+M)} - \frac{d}{c} \frac{2}{1-M^2} = \\
&= \frac{d}{c(1+M)} - \tau_2
\end{aligned}$$

ya que según la ecuación (9),

$$\tau_2 = \frac{2d}{c(1-M^2)}$$

y operando del mismo modo :

$$- \frac{h}{c(1-M)} = \frac{h}{c(1+M)} - \tau_3$$

siendo τ_3 , según la ecuación (10) :

$$\tau_3 = \frac{2h}{c(1-M^2)}$$

Con ello, la ecuación (23) se expresará :

$$\begin{aligned}
(24) \quad p(y,t) = & \frac{c}{4a} \left\{ + f_2\left(t - \frac{y}{c}\right) - f_2\left(t + \frac{y}{c} - \frac{b}{c}\right) - \right. \\
& - f_2\left(t - \frac{y}{c} + \frac{d}{c(1+M)} - \tau_2\right) + \\
& \left. + f_2\left[t + \frac{y}{c} - \frac{b}{c} + \frac{d}{c(1+M)} - \tau_2\right] + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + f_3\left(t - \frac{y}{c}\right) - f_3\left(t + \frac{y}{c} - \frac{b}{c}\right) - \\
& - f_3\left[t - \frac{y}{c} + \frac{h}{c(1+M)} - \tau_3\right] + \\
& + f_3\left[t + \frac{y}{c} - \frac{b}{c} + \frac{h}{c(1+M)} - \tau_3\right] \}
\end{aligned}$$

donde, introduciendo la condición dada por la ecuación (13)

$$f_3(t) = f_2\left[t - \frac{h-d}{c(1+M)}\right]$$

se obtendrá :

$$\begin{aligned}
(25) \quad p(y,t) = & \frac{c}{4a} \left\{ f_2\left(t - \frac{y}{c}\right) - f_2\left(t + \frac{y}{c} - \frac{b}{c}\right) - \right. \\
& - f_2\left[t - \frac{y}{c} + \frac{d}{c(1+M)} - \tau_2\right] + \\
& + f_2\left[t + \frac{y}{c} - \frac{b}{c} + \frac{d}{c(1+M)} - \tau_2\right] + \\
& + f_2\left[t - \frac{y}{c} - \frac{h-d}{c(1+M)}\right] - \\
& - f_2\left[t + \frac{y}{c} - \frac{b}{c} - \frac{h-d}{c(1+M)}\right] - \\
& - f_2\left[t - \frac{y}{c} + \frac{d}{c(1+M)} - \tau_3\right] + \\
& \left. + f_2\left[t + \frac{y}{c} - \frac{b}{c} + \frac{d}{c(1+M)} - \tau_3\right] \right\}
\end{aligned}$$

expresión que constituye la presión sonora transversal generada por los tres anillos de fuentes secundarias.

Otro conjunto, compuesto por tres anillos de fuentes secundarias con la misma constitución que el primero, y conectado en oposición de fase con él, dará lugar a una propagación transversal en la dirección y , que será igual a la expresada por la ecuación (25) pero de sentido contrario.

Por consiguiente, cuando actúen simultáneamente ambos conjuntos, se anularán, entre sí, las propagaciones transversales.

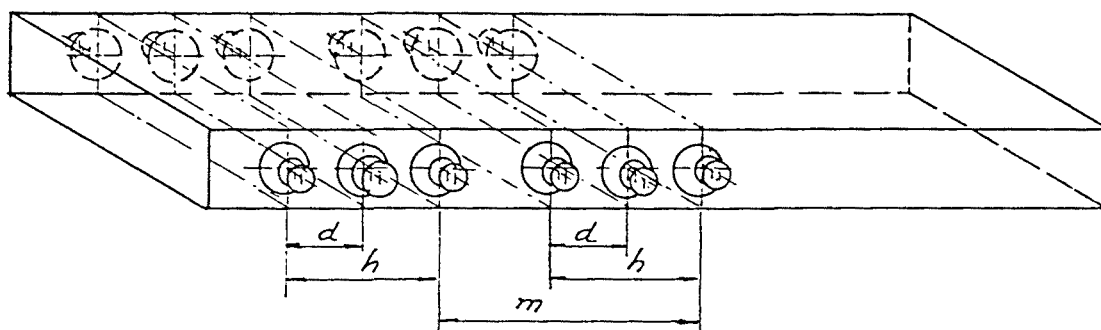


Figura 5.21. Sistema de fuentes secundarias compuesto por dos conjuntos unidireccionales de tres anillos de altavoces, cada uno, en un conducto de sección rectangular.

Este segundo conjunto de fuentes secundarias, al igual que el primero, tampoco producirá propagación longitudinal en la dirección corriente arriba. Sin embargo, su propagación longitudinal en la dirección corriente abajo del conducto se expresará:

$$(26) \quad p'(x,t) = \frac{-c(1-M^2)}{2a} \left\{ 2 f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} + \frac{m}{c(1+M)} \right] - \right. \\ \left. - f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_2 + \frac{m}{c(1+M)} \right] - f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_3 + \frac{m}{c(1+M)} \right] \right\}$$

la cual, llamando

$$\tau_m = \frac{m}{c(1+M)}$$

quedará expresada :

$$(27) \quad p'(x,t) = \frac{-c(1-M^2)}{2a} \left\{ 2 f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} + \tau_m \right] - \right. \\ \left. - f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_2 + \tau_m \right] - f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_3 + \tau_m \right] \right\}$$

en la que se aprecia el desfase τ_m , debido a la situación del nuevo conjunto de fuentes respecto al primero, así como el desfase de 180° , que se manifiesta por el signo negativo de la ecuación (27), entre la emisión de los conjuntos primero y segundo.

La propagación total de los dos conjuntos en la dirección longitudinal corriente abajo, será :

$$(28) \quad p_t(x,t) = p(x,t) + p'(x,t) = \\ = \frac{c(1-M^2)}{2a} \left\{ 2 f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} \right] - f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_2 \right] - \right. \\ \left. - f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_3 \right] - 2 f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} + \tau_m \right] + \right.$$

$$+ f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_2 + \tau_m\right] + f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_3 + \tau_m\right] \}$$

que puede, asimismo, expresarse :

$$\begin{aligned} (29) \quad p_t(x,t) = & \frac{c(1-M^2)}{2a} \left\{ 2 f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)}\right] - f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_2\right] - \right. \\ & - f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_3\right] + 2 f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} + \tau_m + \frac{\pi}{w}\right] - \\ & \left. - f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_2 + \tau_m + \frac{\pi}{w}\right] - f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_3 + \tau_m + \frac{\pi}{w}\right] \right\} \end{aligned}$$

Montando el segundo conjunto de fuentes a una distancia m del primero, tal que

$$m = \frac{(2n-1) \pi c(1+M)}{w} ; \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

como se hizo en el apartado 5.6, resulta

$$\tau_m = \frac{m}{c(1+M)} = \frac{(2n-1) \pi}{w}$$

y por consiguiente :

$$\tau_m + \frac{\pi}{w} = \frac{2n\pi}{w}$$

con lo que, finalmente, la ecuación (29) quedará expresada del siguiente modo :

$$p_t(x,t) = \frac{c(1-M^2)}{2a} \left\{ 2 f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)}\right] - f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_2\right] - \right.$$

$$\begin{aligned}
& - f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_3\right] + 2 f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} + \frac{2n\pi}{w}\right] - \\
& - f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_2 + \frac{2n\pi}{w}\right] - f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_3 + \frac{2n\pi}{w}\right] \}
\end{aligned}$$

es decir :

$$\begin{aligned}
(30) \quad p_t(x,t) = & \frac{c(1-M^2)}{a} \left\{ 2 f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)}\right] - \right. \\
& \left. - f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_2\right] - f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_3\right] \right\}
\end{aligned}$$

Ecuación de la presión sonora que expresa la propagación longitudinal total, en la dirección corriente abajo, del sistema resultante de superponer los efectos de los dos conjuntos de fuentes secundarias.

Trabajar en el dominio de frecuencias facilitará la determinación de relaciones de amplitudes de salida del sistema.

Para ello, se aplicará la transformación de Fourier a la ecuación (30). [21]

$$\begin{aligned}
p_t(x,w) = & \frac{c(1-M^2)}{a} \left[2 e^{-iw \frac{x-d}{c(1+M)}} f_2(w) - \right. \\
& - e^{-iw \frac{x-d}{c(1+M)}} e^{-iw\tau_2} f_2(w) - \\
& \left. - e^{-iw \frac{x-d}{c(1+M)}} e^{-iw\tau_3} f_2(w) \right] =
\end{aligned}$$

$$= \frac{c(1-M^2)}{a} [2 - (e^{-i\omega\tau_2} + e^{-i\omega\tau_3})] f_2(\omega) e^{-i\omega \frac{x-d}{c(1+M)}}$$

o lo que es lo mismo :

$$(31) \quad p_t(x, \omega) =$$

$$= \frac{c(1-M^2)}{2a} 4 |1 - 0,5(e^{-i\omega\tau_2} + e^{-i\omega\tau_3})| f_2(\omega) e^{-i\omega \frac{x-d}{c(1+M)}}$$

Se obtendrá la función relación de amplitudes dividiendo la de la anterior ecuación por la que presentaría la fuente número dos, actuando sola.

Se obtendrá en este caso :

$$n(\tau_2, \tau_3) = 4 |1 - 0,5(e^{-i\omega\tau_2} + e^{-i\omega\tau_3})|$$

que presenta la misma forma que la ecuación (15) , correspondiente al caso de un solo conjunto de tres anillos de fuentes, pero amplificada por un factor dos.

Con ello, a parte de obtener una mejor respuesta de salida, se amplía ligeramente el rango de frecuencias para el cual resulta útil el sistema.

5.13. ATENUACION LONGITUDINAL DEL SONIDO INCIDENTE.

Una vez eliminada la generación de ondas transversales, por medio de los procedimientos estudiados en los apartados anteriores, se utilizará la onda plana unidireccional, corriente abajo, emitida por las fuentes secundarias para que anule a la onda incidente.

En el caso de atenuador formado por dos conjuntos de dos anillos de fuentes, cada uno, se tiene:

$$p_t(x,t) = p(x,t) + p'(x,t)$$

es decir:

$$(1) \quad p_t(x,t) = \frac{c(1-M^2)}{2a} \left\{ f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} \right] - f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_o \right] - \right. \\ \left. - f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} + \tau_m \right] + f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_o + \tau_m \right] \right\}$$

siendo

$$\tau_m = \frac{m}{c(1+M)} \quad \text{y} \quad \tau_o = \frac{2d}{c(1-M^2)}$$

Si la onda incidente se expresa por

$$(2) \quad p_o(x,t) = f_o \left[t - \frac{x}{c(1+M)} \right]$$

para que se produzca cancelación de dicho sonido incidente deberá cumplirse:

$$(3) \quad f_0\left[t - \frac{x}{c(1+M)}\right] + \frac{c(1-M^2)}{2a} \left\{ f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)}\right] - f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_0\right] - \right. \\ \left. - f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} + \tau_m\right] + f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} + \tau_m - \tau_0\right] \right\} = 0$$

o lo que es lo mismo :

$$(4) \quad \frac{c(1-M^2)}{2a} \left\{ f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)}\right] - f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_0\right] - \right. \\ \left. - f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} + \tau_m\right] + f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} + \tau_m - \tau_0\right] \right\} = \\ = - f_0\left[t - \frac{x}{c(1+M)}\right]$$

para $x \geq d$

Sin embargo, si, como se expuso en el apartado 5.7, la separación relativa m , entre los dos conjuntos, es tal que se cumple:

$$m = \frac{(2n-1) \pi c (1+M)}{w}$$

la ecuación (4) podrá expresarse del siguiente modo:

$$(5) \quad \frac{c(1-M^2)}{a} \left\{ f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)}\right] - f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_0\right] \right\} = -f_0\left[t - \frac{x}{c(1+M)}\right]$$

En el caso de atenuador formado por dos conjuntos de tres anillos de fuentes, cada uno, se obtendrá, de acuerdo con la ecuación 28 del apartado 5.12, lo siguiente:

$$\begin{aligned}
 (6) \quad & \frac{c(1-M^2)}{2a} \left\{ 2 f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} \right] - f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_2 \right] - \right. \\
 & - f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_3 \right] - 2 f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} + \tau_m \right] + \\
 & + f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_2 + \tau_m \right] + f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_3 + \tau_m \right] \left. \right\} = \\
 & = - f_0 \left[t - \frac{x}{c(1+M)} \right]
 \end{aligned}$$

Considerando una separación relativa m , entre los dos conjuntos, que cumpla.

$$m = \frac{(2n-1) \pi c (1+M)}{w}$$

la anterior ecuación (6) se expresará:

$$\begin{aligned}
 (7) \quad & \frac{c(1-M^2)}{a} \left\{ 2 f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} \right] - f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_2 \right] - \right. \\
 & - f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_3 \right] \left. \right\} = - f_0 \left[t - \frac{x}{c(1+M)} \right]
 \end{aligned}$$

Si las ecuaciones (4) ó (6), según el correspondiente caso, se cumplen o bien lo hacen las ecuaciones (5) ó (7), respectivamente, se habrá conseguido el objetivo de que no haya propagación de sonido corriente abajo del conducto. Evidentemente, en la región corriente arriba del atenuador sólo existirá la propagación de la onda incidente.

5.14. SISTEMA DE REGULACION ENTRE DETECCION DE LA ONDA INCIDENTE Y ALIMENTACION A FUENTES SECUNDARIAS.

5.14.1. DETERMINACION DE LA TRANSMITANCIA.

Como se ha estudiado en el apartado anterior, la ecuación que debe cumplirse para que se produzca cancelación de la onda incidente, en el caso de un atenuador compuesto por dos conjuntos de dos anillos de fuentes, es la siguiente:

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & \frac{c(1-M^2)}{2a} \left\{ f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)}\right] - f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_o\right] - \right. \\
 & \left. - f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} + \tau_m\right] + f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} + \tau_m - \tau_o\right] \right\} = \\
 & = - f_o\left[t - \frac{x}{c(1+M)}\right]
 \end{aligned}$$

Empleando un único micrófono para detectar el sonido incidente, la señal detectada por éste será:

$$(2) \quad D(t) = f_2\left[t - \frac{x}{c(1+M)}\right]$$

Como el micrófono detecta la onda incidente en la posición $x = -1$, (figura 5.22), la señal detectada se expresará por :

$$(3) \quad D(t) = f_o\left[t + \frac{1}{c(1+M)}\right]$$

Por otra parte, dado que la fuente secundaria f_2 , que recibe la alimentación del detector y que constituye la salida de referencia del sistema, se encuentra en la posición $x = d$, la ecuación (1) tomará, para dicha posición, la siguiente forma:

$$(4) \quad \frac{c(1-M^2)}{2a} [f_2(t) - f_2(t - \tau_0) - f_2(t + \tau_m) + f_2(t + \tau_m - \tau_0)] = -f_0\left[t - \frac{d}{c(1+M)}\right]$$

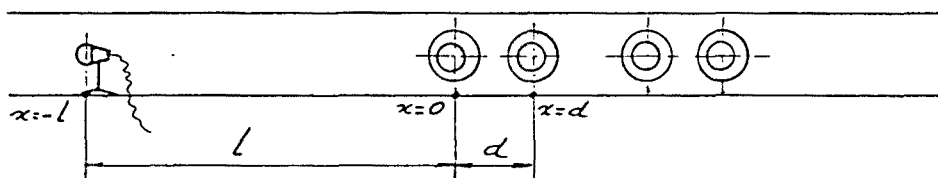


Figura 5.22. Situación del micrófono de detección con respecto al sistema de fuentes secundarias

Aplicando la transformación de Laplace a la ecuación (3).

$$\begin{aligned} L[D(t)] = D(s) &= L\left\{f_0\left[t + \frac{1}{c(1+M)}\right]\right\} = \\ &= e^{+s \frac{1}{c(1+M)}} L[f_0(t)] \end{aligned}$$

es decir :

$$(5) \quad D(s) = e^{s \frac{1}{c(1+M)}} F_0(s)$$

Aplicando, asimismo, la transformada de Laplace a la ecuación (4), se obtendrá:

$$\frac{c(1-M^2)}{2a} [F_2(s) - e^{-sT_0} F_2(s) - e^{sT_m} F_2(s) + e^{s(T_m-T_0)} F_2(s)] =$$

$$= -e^{-s} \frac{d}{c(1+M)} F_0(s)$$

es decir

$$(6) \quad \frac{c(1-M^2)}{2a} [1 - e^{-sT_0} - e^{sT_m} + e^{s(T_m-T_0)}] F_2(s) =$$

$$= -e^{-s} \frac{d}{c(1+M)} F_0(s)$$

La ecuación (5) puede expresarse del siguiente modo:

$$(7) \quad F_0(s) = e^{-s} \frac{1}{c(1+M)} D(s)$$

Por lo que sustituyendo dicho valor $F_0(s)$ en la ecuación (6) se tendrá:

$$\frac{c(1-M^2)}{2a} [1 - e^{-sT_0} - e^{sT_m} + e^{s(T_m-T_0)}] F_2(s) =$$

$$= -e^{-s} \frac{d}{c(1+M)} e^{-s} \frac{1}{c(1+M)} D(s)$$

es decir :

$$(8) \quad \frac{c(1-M^2)}{2a} [1 - e^{-sT_0} - e^{sT_m} + e^{s(T_m-T_0)}] F_2(s) = -e^{-s} \frac{1+d}{c(1+M)} D(s)$$

donde $D(s)$ es la señal detectada o señal de entrada al sistema de regulación y $F_2(s)$ es la señal de salida del mismo y, por consiguiente, la señal emitida por los altavoces números dos de cada conjunto.

La transmitancia del sistema de regulación es la relación de la señal de salida a la de entrada. Por lo que quedará expresada del siguiente modo:

$$(9) \quad W(s) = \frac{F_2(s)}{D(s)} = \frac{-2a}{c(1-M^2)} \frac{1}{1-e^{-ST_0} - e^{ST_m} + e^{S(\tau_m-\tau_0)}} e^{-s \frac{1+d}{c(1+M)}}$$

se designará:

$$W_1(s) = - \frac{2a}{c(1-M^2)}, \quad \text{que es un factor de amplitud constante}$$

$$\left. \begin{aligned} H_1(s) &= -e^{-ST_0} \\ H_2(s) &= -e^{ST_m} \\ H_3(s) &= e^{S(\tau_m-\tau_0)} \end{aligned} \right\} \text{que son retrasos en la cadena de retroacción.}$$

$$H(s) = H_1(s) + H_2(s) + H_3(s)$$

$$\begin{aligned} W_2(s) &= \frac{1}{1 - e^{-ST_0} - e^{ST_m} + e^{S(\tau_m-\tau_0)}} = \\ &= \frac{1}{1 + [H_1(s) + H_2(s) + H_3(s)]} = \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{1 + H(s)}$$

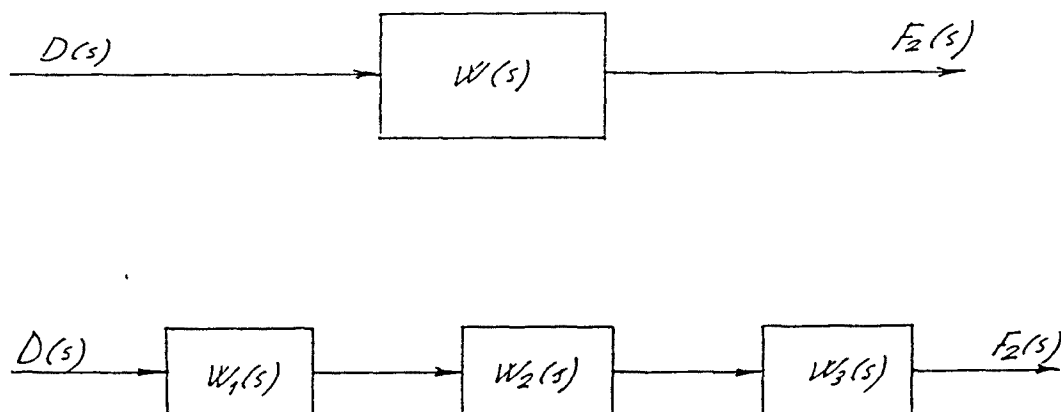
que es una realimentación,
cuya cadena de retroacción
está compuesta de tres retra-
sos en paralelo.

$$W_3(s) = e^{-s} \frac{1 + d}{c(1+M)}$$

que es un retraso en
la cadena de acción.

Las transmitancias parciales $W_1(s)$, $W_2(s)$ y $W_3(s)$, se encuentran en serie.

Por consiguiente, el diagrama de bloques de este sistema será el que se indica en la figura nº 5.23.



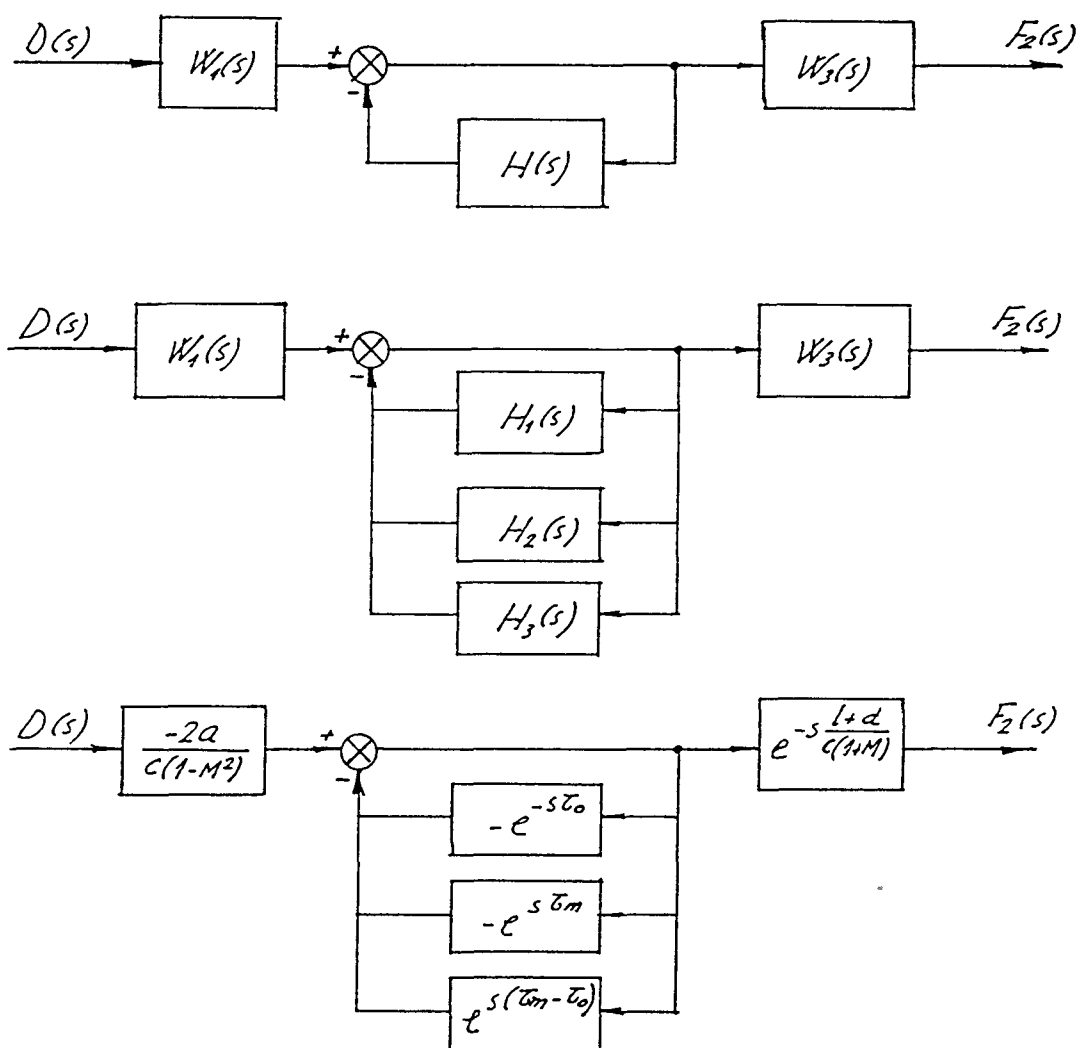


Figura 5.23. Diagrama de bloques del sistema detección-alimentación a fuente secundaria.

Cuando la separación relativa m , entre los dos conjuntos de fuentes, sea tal que se cumpla

$$m = \frac{(2n-1) \pi c (1+M)}{w}$$

la ecuación correspondiente a la cancelación de la onda incidente tomará la forma:

$$\begin{aligned} (10) \quad \frac{c(1-M^2)}{a} \left\{ f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)}\right] - f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_0\right] \right\} = \\ = - f_0\left[t - \frac{x}{c(1+M)}\right] \end{aligned}$$

la que, teniendo en cuenta la posición $x = d$ de la fuente 2, se expresará:

$$(11) \quad \frac{c(1-M^2)}{a} [f_2(t) - f_2(t-\tau_0)] = - f_0\left[t - \frac{d}{c(1+M)}\right]$$

donde, aplicando la transformada de Laplace, se tiene:

$$\frac{c(1-M^2)}{a} \{L[f_2(t)] - e^{-s\tau_0} L[f_2(t)]\} = - e^{-s \frac{d}{c(1+M)}} L[f_0(t)]$$

es decir

$$\frac{c(1-M^2)}{a} [F_2(s) - e^{-s\tau_0} F_2(s)] = - e^{-s \frac{d}{c(1+M)}} F_0(s)$$

y por consiguiente

$$\frac{c(1-M^2)}{a} (1 - e^{-s\tau_0}) F_2(s) = - e^{-s \frac{d}{c(1+M)}} F_0(s)$$

Por otro lado, teniendo en cuenta la detección y empleando, para ello, la ecuación (7) se tendrá:

$$\frac{c(1-M^2)}{a} (1 - e^{-s\tau_0}) F_2(s) = - e^{-s \frac{d}{c(1+M)}} e^{-s \frac{1}{c(1+M)}} D(s)$$

Por tanto

$$(12) \quad \frac{c(1-M^2)}{a} (1 - e^{-s\tau_0}) F_2(s) = - e^{-s \frac{1+d}{c(1+M)}} D(s)$$

La transmitancia de este sistema quedará expresada por:

$$(13) \quad W(s) = \frac{F_2(s)}{D(s)} = \frac{-a}{c(1-M^2)} \frac{1}{1-e^{-s\tau_0}} e^{-s \frac{1+d}{c(1+M)}}$$

donde, llamando :

$$W_1(s) = \frac{-a}{c(1-M^2)},$$

que es un factor de amplitud constante.

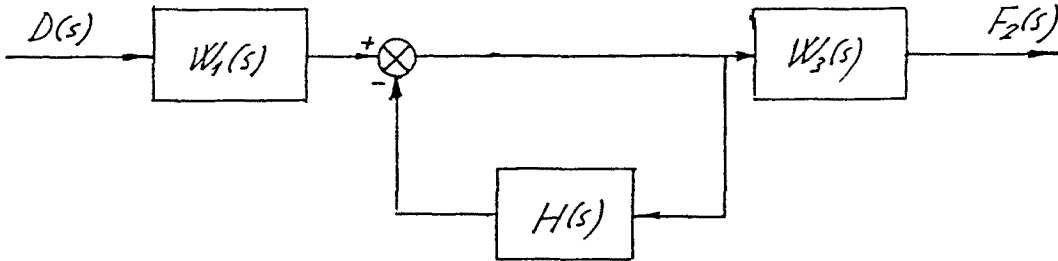
$$W_2(s) = \frac{1}{1-e^{-s\tau_0}},$$

que se corresponde con un retraso en la cadena de retroacción.

$$W_3(s) = e^{-s \frac{1+d}{c(1+M)}},$$

que indica un retraso en la cadena de acción.

podrá representarse el siguiente diagrama de bloques:



y por consiguiente :

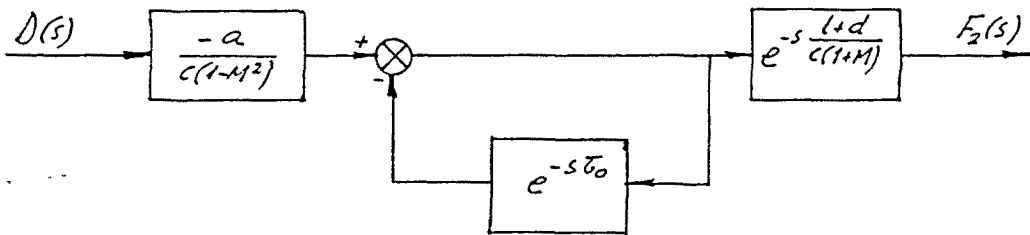


Figura 5.24. Diagrama de bloques del sistema detección-alimentación a fuente secundaria, para el caso que $m = (2n-1)\pi c(1+M)/w$.

Aplicando la transformación inversa de Laplace en la ecuación (12), se obtendrá :

$$L^{-1}\left\{ \frac{c(1-M^2)}{a} (1 - e^{-s\tau_0}) F_2(s) \right\} = L^{-1}\left[-e^{-s} \frac{1+d}{c(1+M)} D(s) \right]$$

$$\frac{c(1-M^2)}{a} [f_2(t) - f_2(t-\tau_0)] = -D\left[t - \frac{1+d}{c(1+M)}\right]$$

de donde

$$(14) \quad f_2(t) = \frac{-a}{c(1-M^2)} D\left[t - \frac{1+d}{c(1+M)}\right] + f_2(t - \tau_0)$$

5.14.2. ESTUDIO DE LA ESTABILIDAD DEL SISTEMA.

La transmitancia isócrona, del sistema detección-alimentación a fuente secundaria, se expresará :

$$(1) \quad W(i\omega) = \frac{-a}{c(1-M^2)} e^{-i\omega \frac{1+d}{c(1+M)}} \frac{1}{1 - e^{-i\omega\tau_0}}$$

expresión que pone de manifiesto que se producirá resonancia cuando $e^{-i\omega\tau_0}=1$ y, por consiguiente, en estas circunstancias el sistema será inestable. Ello se verificará cuando

$$\omega\tau_0 = 0, 2\pi, 4\pi, 6\pi, \dots$$

Valores a cuyas frecuencias correspondientes el sistema de fuentes secundarias no produce emisión alguna, como se observa en la figura 5.11 del apartado 5.7.

Por consiguiente, el sistema debe operar dentro de un rango de frecuencias determinado, como se indica, asimismo, en la figura 5.11 del referido apartado 5.7, por

$$\frac{2\pi n}{\tau_0} + \frac{0,16\pi}{\tau_0} \leq \omega \leq \frac{2\pi n}{\tau_0} + \frac{1,84\pi}{\tau_0}$$

La transmitancia del sistema de regulación entre detección de la onda incidente y alimentación a fuentes secundarias es, como se ha demostrado antes,

$$(2) \quad W(s) = \frac{F_2(s)}{D(s)} = \frac{-a}{c(1-M^2)} \frac{1}{1-e^{-s\tau_0}} e^{-s \frac{1+d}{c(1+M)}}$$

de donde

$$(3) \quad F_2(s) = \frac{-a}{c(1-M^2)} \frac{1}{1-e^{-s\tau_0}} e^{-s \frac{1+d}{c(1+M)}} D(s)$$

Por otra parte, la propagación de sonido emitido por el sistema de fuentes secundarias, en el mismo caso de dos conjuntos de dos anillos de fuentes, en la dirección corriente abajo es:

$$(4) \quad p_t(x,t) = p(x,t) + p'(x,t)$$

$$(5) \quad p_t(x,t) = \frac{c(1-M^2)}{2a} \left\{ f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)}\right] - f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_0\right] + \right. \\ \left. + f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} + \tau_m + \frac{\pi}{w}\right] - f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} + \tau_m + \frac{\pi}{w} - \tau_0\right] \right\}$$

pero imponiendo que

$$m = \frac{(2n-1) \pi c(1+M)}{w}$$

para $n = 0, 1, 2, 3, \dots$,

lo que implica que

$$\tau_m = \frac{(2n-1) \pi}{w}$$

$$y \quad \tau_m + \frac{\pi}{w} = \frac{2n\pi}{w},$$

resulta

$$(6) \quad p_t(x,t) = \frac{c(1-M^2)}{a} \left\{ f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)}\right] - f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_0\right] \right\}$$

Aplicándole la transformación de Laplace se tiene :

$$P_t(x,s) = \frac{c(1-M^2)}{a} \left\{ e^{-s \frac{x-d}{c(1+M)}} F_2(s) - e^{-s \frac{x-d}{c(1+M)} + \tau_0} F_2(s) \right\}$$

$$(7) \quad P_t(x,s) = \frac{c(1-M^2)}{a} \left\{ e^{-s \frac{x-d}{c(1+M)}} - e^{-s \left[\frac{x-d}{c(1+M)} + \tau_0 \right]} \right\} F_2(s)$$

de donde

$$(8) \quad F_2(s) = \frac{a}{c(1-M^2)} \frac{1}{e^{-s \frac{x-d}{c(1+M)}} - e^{-s \left[\frac{x-d}{c(1+M)} + \tau_0 \right]}} P_t(x,s)$$

Sustituyendo esta expresión de $F_2(s)$ en la ecuación (3), se obtiene:

$$\frac{a}{c(1-M^2)} \frac{1}{e^{-s \frac{x-d}{c(1+M)}} - e^{-s \left[\frac{x-d}{c(1+M)} + \tau_0 \right]}} P_t(x,s) =$$

$$= - \frac{a}{c(1-M^2)} \frac{1}{1 - e^{-s\tau_0}} e^{-s \frac{1+d}{c(1+M)}} D(s)$$

por tanto

$$P_t(x,s) = \frac{-e^{-s \frac{x-d}{c(1+M)}} + e^{-s \frac{x-d}{c(1+M)} + \tau_0}}{1 - e^{-s\tau_0}} e^{-s \frac{1+d}{c(1+M)}} D(s)$$

$$P_t(x,s) = \frac{-(1 - e^{-s\tau_0}) e^{-s \frac{x-d}{c(1+M)}}}{1 - e^{-s\tau_0}} e^{-s \frac{1+d}{c(1+M)}} D(s)$$

y finalmente

$$P_t(x,s) = - e^{-s \frac{x-d}{c(1+M)}} e^{-s \frac{1+d}{c(1+M)}} D(s)$$

$$(9) \quad P_t(x,s) = - e^{-s \frac{x+1}{c(1+M)}} D(s)$$

Por lo que la transmitancia entre la detección y la salida de las fuentes secundarias es:

$$(10) \quad W_t(s) = \frac{P_t(x,s)}{D(s)} = - e^{-s \frac{x+1}{c(1+M)}}$$

La transmitancia isócrona correspondiente se expresa:

$$W_t(i\omega) = -e^{-i\omega \frac{x+1}{c(1+M)}}$$

que constituye un sistema estable, ya que se trata de un retardo puro.

Puede, asimismo, expresarse :

$$W_t(i\omega) = e^{-i[\omega \frac{x+1}{c(1+M)} + \pi]}$$

La ganancia es $G = 1$

que expresada en dB será : $G_{dB} = 20 \log 1 = 0$

y el ángulo de fase es :

$$\phi = -\omega \frac{x+1}{c(1+M)} - \pi$$

Su representación en el plano polar será:

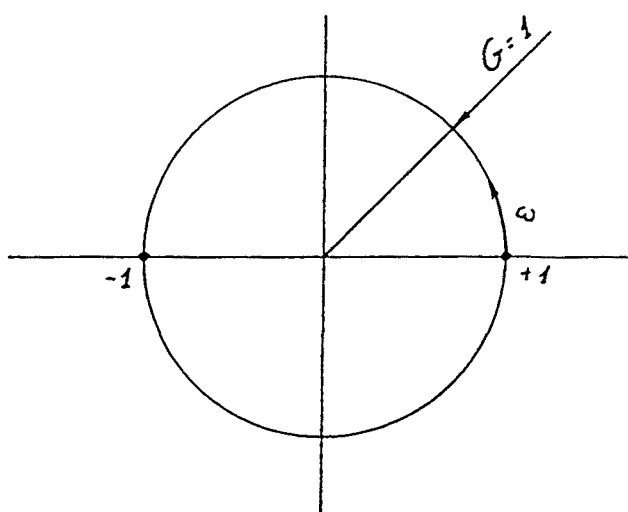


Figura 5.25. Representación en el plano polar de la función de transferencia detección-salida de fuentes secundarias.[20]

5.15. OPTIMIZACION DEL SISTEMA DE REGULACION.

Colocando un nuevo micrófono detector, en la dirección corriente abajo de las fuentes secundarias, y a una distancia $x = k$ del origen de referencia, como se indica en el esquema de la figura 5.26, no debería detectarse, en éste, señal alguna, ya que habría de producirse la total cancelación entre el sonido emitido por las fuentes secundarias y el sonido primario.

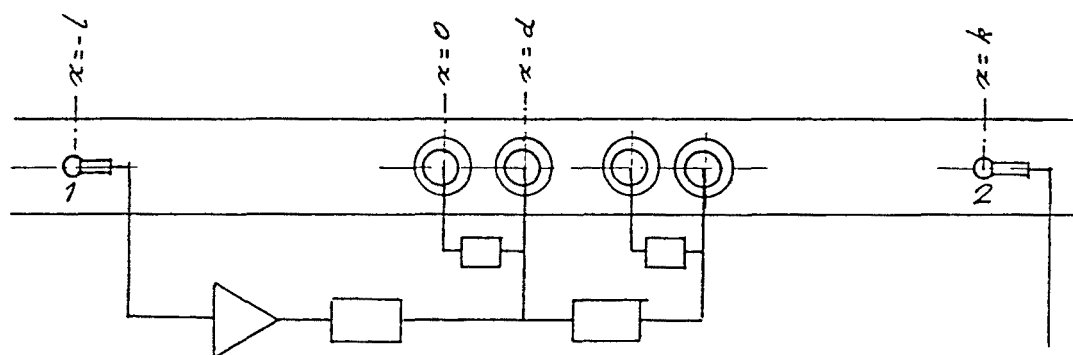


Figura 5.26. Sistema atenuador con regulación por medio de micrófono detector en la región corriente abajo.

Efectivamente, la presión sonora de las fuentes secundarias que llega al detector 2 es:

$$(1) \quad P_t(k, t) = \frac{c(1-M^2)}{a} \left\{ f_2\left[t - \frac{k-d}{c(1+M)}\right] - f_2\left[t - \frac{k-d}{c(1+M)} - \tau_0\right] \right\}$$

y su transformada de Laplace

$$(2) \quad P_t(k, s) = \frac{c(1-M^2)}{a} \left\{ e^{-s \frac{k-d}{c(1+M)}} - e^{-s \frac{k-d}{c(1+M)} - s\tau_0} \right\} F_2(s)$$

es decir :

$$(3) \quad P_t(k,s) = \frac{c(1-M^2)}{a} e^{-s \frac{k-d}{c(1+M)}} [1 - e^{-sT_0}] F_2(s)$$

siendo F_2 la alimentación a los anillos segundos de cada conjunto unidireccional de fuentes secundarias.

Esta alimentación F_2 se consigue haciendo pasar por los elementos montados en la ramificación del sistema, a continuación del micrófono 1, la señal detectada por éste.

El sonido primario que llega a dicho micrófono es:

$$(4) \quad f_0[t + \frac{l}{c(1+M)}]$$

y su transformada de Laplace :

$$(5) \quad e^{s \frac{l}{c(1+M)}} \cdot F_0(s)$$

Finalmente, el sonido primario que llega al micrófono 2 es

$$(6) \quad f_0[t - \frac{k}{c(1+M)}]$$

y su transformada de Laplace :

$$(7) \quad e^{-s \frac{k}{c(1+M)}} F_0(s)$$

Este sonido debe anularse con el procedente de las fuentes secundarias y, efectivamente, así sucede como se muestra en el siguiente diagrama de bloques:

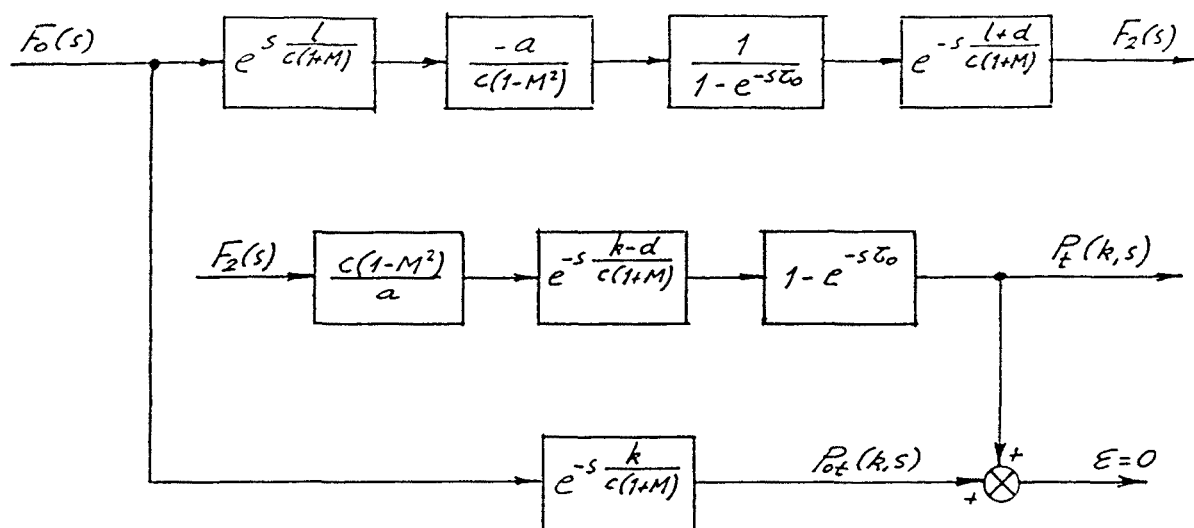


Figura 5.27. Diagrama de bloques.[20]

Operando con las transmitancias del diagrama de bloques anterior se obtiene:

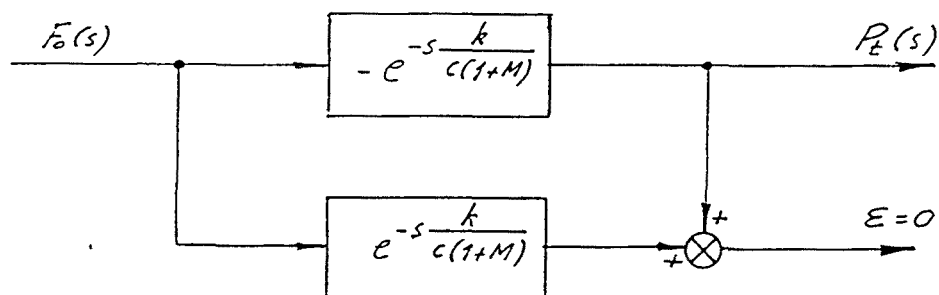


Figura 5.28. Diagrama de bloques.[20]

Puede suceder, en la práctica, que $\epsilon \neq 0$, es decir que la presión sonora generada por las fuentes secundarias no iguale, en magnitud, a la de la onda incidente y, con ello, dejará de producirse la total cancelación, existiendo un

error ϵ .

Una realimentación, sobre el micrófono 1, de dicho error detectado por el micrófono 2, dará lugar a un incremento de la presión sonora emitida por las fuentes secundarias hasta obtener un nivel suficiente para producir la cancelación total.

En la figura 5.29 se muestra el diagrama de bloques del nuevo sistema.

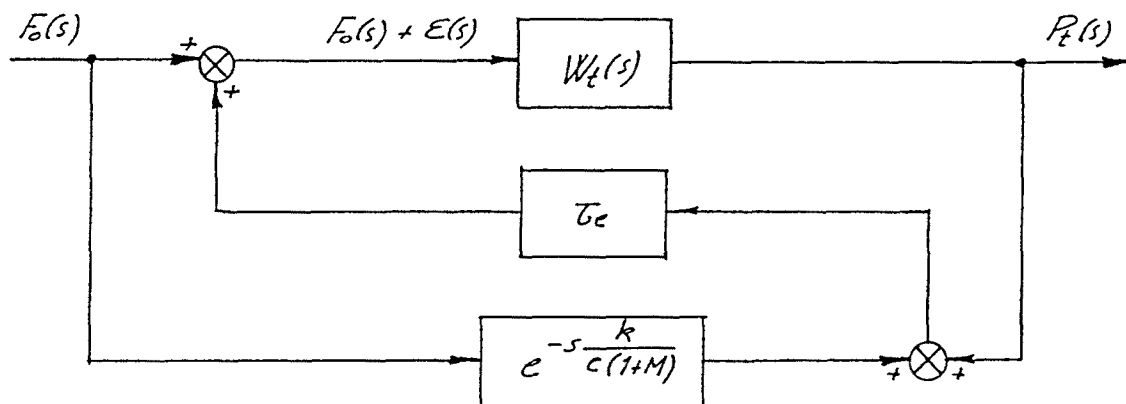
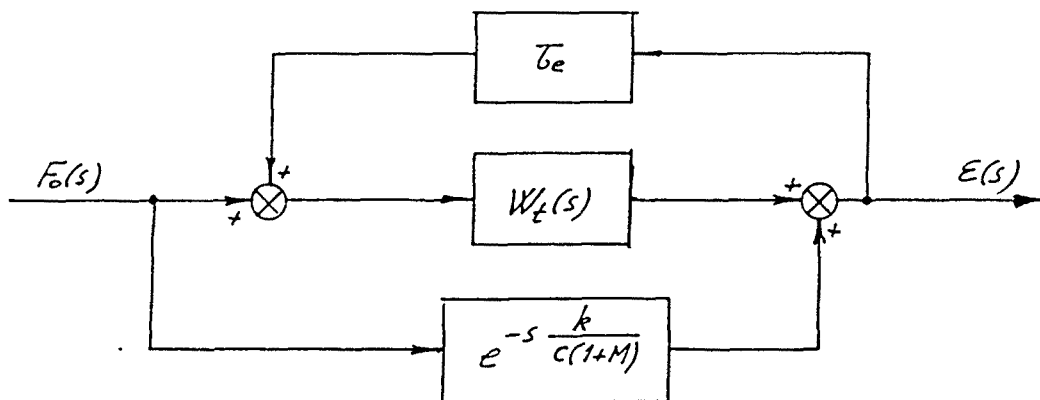


Figura 5.29. Diagrama de bloques del sistema con realimentación.[20]

La transmitancia total de este nuevo sistema será:



$$(8) \quad \epsilon(s) = [F_o(s) + \tau_e \epsilon(s)] W_t(s) + F_o(s) e^{-s \frac{k}{c(1+M)}}$$

$$\epsilon(s) = F_o(s) W_t(s) + \tau_e W_t(s) \epsilon(s) + F_o(s) e^{-s \frac{k}{c(1+M)}}$$

$$\epsilon(s) - \tau_e W_t(s) \epsilon(s) = F_o(s) W_t(s) + F_o(s) e^{-s \frac{k}{c(1+M)}}$$

$$[1 - \tau_e W_t(s)] \epsilon(s) = [W_t(s) + e^{-s \frac{k}{c(1+M)}}] F_o(s)$$

$$(9) \quad \epsilon(s) = \frac{W_t(s) + e^{-s \frac{k}{c(1+M)}}}{1 - \tau_e W_t(s)} F_o(s)$$

O bien, llamando W_r a la transmitancia del sistema con realimentación, se tiene:

$$(10) \quad W_r(s) = \frac{W_t(s) + e^{-s \frac{k}{c(1+M)}}}{1 - \tau_e W_t(s)}$$

5.16. SISTEMA DE REGULACION ENTRE DETECCION DE LA ONDA INCIDENTE Y ALIMENTACION A FUENTES SECUNDARIAS. EN EL CASO DE UN ATENUADOR COMPUESTO POR DOS CONJUNTOS DE TRES ANILLOS DE FUENTES.

Para que se produzca cancelación de la onda incidente, por medio de las fuentes secundarias, debe cumplirse:

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & \frac{c(1-M^2)}{2a} \left\{ 2 f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} \right] - f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_2 \right] - \right. \\
 & - f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_3 \right] - 2 f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} + \tau_m \right] + \\
 & + f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_2 + \tau_m \right] + f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_3 + \tau_m \right] \left. \right\} = \\
 & = - f_0 \left[t - \frac{x}{c(1+M)} \right]
 \end{aligned}$$

Considerando, para simplificar, el caso en que la separación relativa m entre los dos conjuntos sea:

$$m = \frac{(2n-1) \pi c (1+M)}{w}$$

siendo :

$$n = 0, 1, 2, \dots$$

la anterior ecuación quedará:

$$(2) \quad \frac{c(1-M^2)}{a} \left\{ 2 f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} \right] - f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_2 \right] - \right.$$

$$- f_2 \left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_3 \right] \} = - f_0 \left[t - \frac{x}{c(1+M)} \right]$$

Dado que la fuente f_2 , que es la que recibe la alimentación, se encuentra situada a una distancia $x = d$ del origen de referencia, la ecuación anterior quedará de la siguiente forma:

$$(3) \quad \frac{c(1-M^2)}{a} [2 f_2(t) - f_2(t-\tau_2) - f_2(t-\tau_3)] =$$

$$= - f_0 \left[t - \frac{d}{c(1+M)} \right]$$

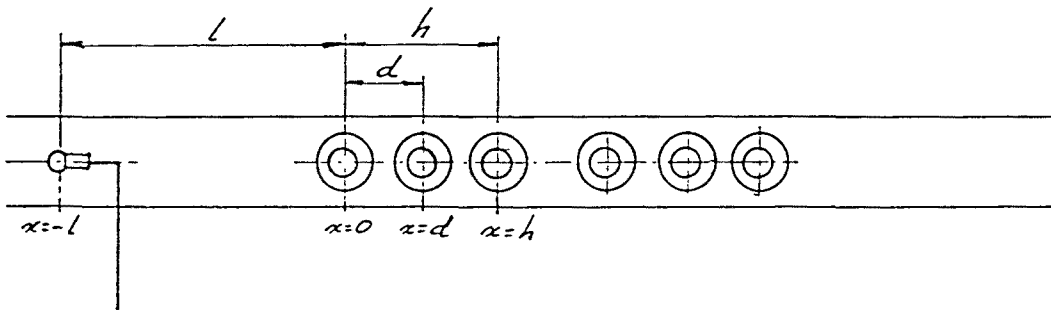


Figura 5.30. Esquema de la posición de las fuentes secundarias.

Aplicando la transformada de Laplace a la ecuación (3) se obtiene:

$$(4) \quad \frac{c(1-M^2)}{a} [2 F_2(s) - e^{-s\tau_2} F_2(s) - e^{-s\tau_3} F_2(s)] =$$

$$= - e^{-s \frac{d}{c(1+M)}} F_0(s)$$

es decir :

$$(5) \quad \frac{c(1-M^2)}{a} [2 - e^{-s\tau_2} - e^{-s\tau_3}] F_2(s) = - e^{-s \frac{d}{c(1+M)}} F_0(s)$$

Por otra parte, la detección realizada por el micrófono se expresará:

$$(6) \quad D(t) = f_0[t - \frac{x}{c(1+M)}]$$

y encontrándose éste en la posición $x=-1$, la señal detectada se expresará:

$$(7) \quad D(t) = f_0[t + \frac{1}{c(1+M)}]$$

Aplicándole la transformada de Laplace:

$$(8) \quad D(s) = e^{s \frac{1}{c(1+M)}} F_0(s)$$

de donde despejando $F_0(s)$:

$$(9) \quad F_0(s) = e^{-s \frac{1}{c(1+M)}} D(s)$$

Y sustituyendo este valor en la ecuación (5) se obtiene:

$$(10) \quad \frac{c(1-M^2)}{a} [2 - e^{-s\tau_2} - e^{-s\tau_3}] F_2(s) = - e^{-s \frac{d}{c(1+M)}} e^{-s \frac{1}{c(1+M)}} D(s)$$

o lo que es lo mismo

$$(11) \quad \frac{c(1-M^2)}{a} [2 - e^{-sT_2} - e^{-sT_3}] F_2(s) = - e^{-s \frac{1+d}{c(1+M)}} D(s)$$

siendo $D(s)$ la señal detectada a la entrada del sistema y $F_2(s)$ la señal que llega al segundo anillo de altavoces y, por consiguiente, es emitida por éste.

La transmitancia de este sistema se expresará:

$$(12) \quad W(s) = \frac{F_2(s)}{D(s)}$$

$$(13) \quad W(s) = - \frac{a}{c(1-M^2)} \frac{1}{2 - e^{-sT_2} - e^{-sT_3}} e^{-s \frac{1+d}{c(1+M)}}$$

que puede descomponerse en las siguientes transmitancias parciales:

$$W_1(s) = - \frac{a}{c(1-M^2)}$$

que se trata de un factor de amplitud constante.

$$W_3(s) = e^{-s \frac{1+d}{c(1+M)}}$$

que constituye un retraso en la cadena de acción.

$$W_2(s) = \frac{1}{2 - e^{-sT_2} - e^{-sT_3}}$$

que, a su vez, puede escribirse :

$$W_2(s) = \frac{1}{2} \frac{1}{1 - \frac{1}{2} (e^{-sT_2} + e^{-sT_3})}$$

de la cual :

$$H(s) = - \frac{1}{2} (e^{-sT_2} + e^{-sT_3})$$

constituye la ganancia de la cadena de retroacción. De forma que $W_2(s)$ se expresará:

$$W_2(s) = \frac{1}{2} \frac{1}{1 + H(s)}$$

que responde al siguiente diagrama de bloques:

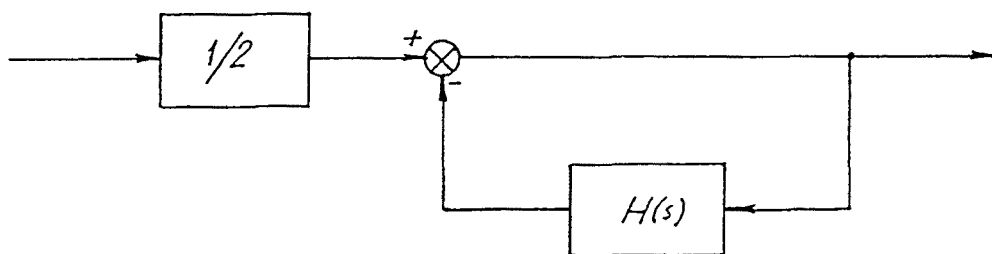


Figura 5.31. Diagrama de bloques
cadena de retroacción.[20]

O de forma más detallada:

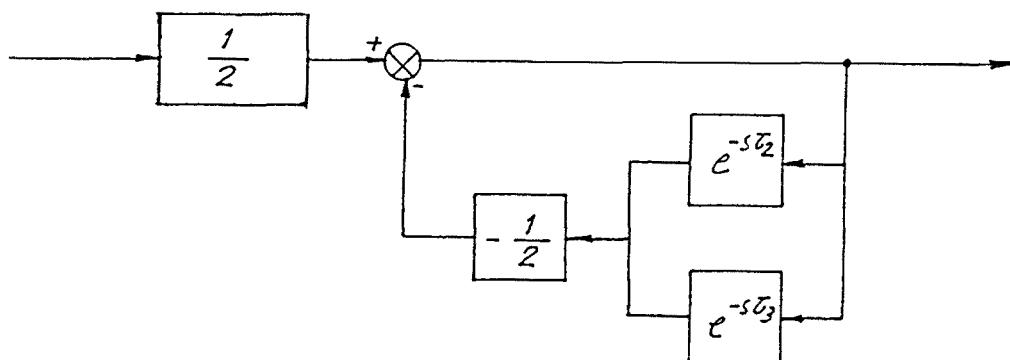


Figura 5.32. Diagrama de bloques completo
cadena de retroacción.

Por lo que el diagrama de bloques general, será el mostrado en la figura nº 5.33.

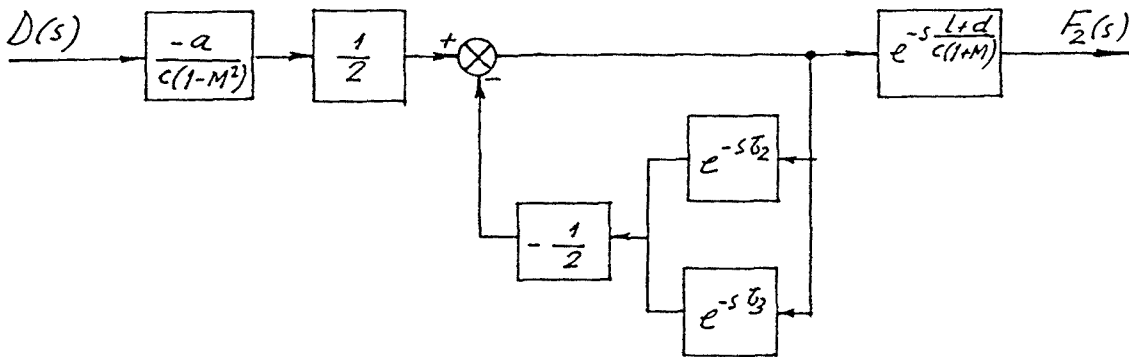


Figura 5.33. Diagrama de bloques del sistema detección-alimentación a fuentes secundarias, en el caso de atenuador compuesto por dos conjuntos de tres anillos de fuentes.

Aplicando la transformada inversa de Laplace a la ecuación (11) se tiene:

$$(14) \quad \frac{c(1-M^2)}{a} [2 f_2(t) - f_2(t-\tau_2) - f_2(t-\tau_3)] = -d \left[t - \frac{l+d}{c(1+M)} \right]$$

de donde

$$(15) \quad f_2(t) = \frac{-a}{2c(1-M^2)} d \left[t - \frac{l+d}{c(1+M)} \right] + \frac{1}{2} f_2(t-\tau_2) + \frac{1}{2} f_2(t-\tau_3)$$

La ecuación (13) que da la transmitancia del sistema, entre detección de la onda incidente y alimentación a fuentes secundarias, puede expresarse:

$$(16) \quad W(s) = \frac{-a}{2c(1-M^2)} \frac{1}{1 - \frac{1}{2} (e^{-s\tau_2} + e^{-s\tau_3})} e^{-s \frac{l+d}{c(1+M)}}$$

y, por consiguiente, la transmitancia isócrona se expresará:

$$(17) \quad W(i\omega) = \frac{-a}{2c(1-M^2)} \frac{1}{1 - \frac{1}{2} (e^{-i\omega\tau_2} + e^{-i\omega\tau_3})} e^{-i\omega \frac{1+d}{c(1+M)}}$$

de la que se desprende que para frecuencias ω , tales que se verificase

$$e^{-i\omega\tau_2} = e^{-i\omega\tau_3} = 1$$

se produciría resonancia y, como consecuencia, la amplitud de salida de las fuentes resultaría excesiva y el sistema sería inestable.[17]

En el caso en que se cumpliera:

$$\frac{\tau_2}{\tau_3} = \frac{1}{2},$$

cuya gráfica de relación de amplitudes se muestra en la figura 5.19 del apartado 5.12, la primera frecuencia a la que se verificaría que

$$e^{-i\omega\tau_2} = e^{-i\omega\tau_3} = 1$$

y que, por tanto, se produciría resonancia, sería la correspondiente a $\omega\tau_2 = 2\pi$.

En efecto,

$$\tau_3 = 2\tau_2$$

luego :

$$e^{-i\omega\tau_2} = e^{-i\omega 2\tau_2} = 1$$

y, por tanto

$$e^{-i2\pi} = e^{-i4\pi} = 1$$

De acuerdo con lo anterior y con la relación de amplitudes de las fuentes secundarias en función de la frecuencia, representada gráficamente en la figura nº5.19 del apartado 5.12, resulta que el rango útil de frecuencias se encuentra comprendido entre

$$\frac{0,22\pi}{\tau_2} \leq \omega \leq \frac{1,78\pi}{\tau_2}$$

O, de forma más general, entre

$$\frac{2\pi n}{\tau_2} + \frac{0,22\pi}{\tau_2} \leq \omega \leq \frac{2\pi n}{\tau_2} + \frac{1,78\pi}{\tau_2}$$

para $n = 0, 1, 2, \dots$

Sin embargo, en el caso, más interesante [17], que la relación entre los retrasos τ_2 y τ_3 sea

$$\frac{\tau_2}{\tau_3} = \frac{2}{3},$$

la primera resonancia se producirá a la frecuencia $\omega=4\pi/\tau_2$, ya que:

$$e^{-i\omega\tau_2} = e^{-i4\pi} = 1$$

y

$$e^{-i\omega\tau_3} = e^{-i\omega 3 \frac{\tau_2}{2}} = e^{-i \frac{3}{2} \omega \tau_2} = e^{-i \frac{3}{2} 4\pi} = e^{-i6\pi} = 1$$

Por consiguiente, de acuerdo con lo anterior y con la relación de amplitudes en función de la frecuencia, representada en la figura nº 5.20 del apartado 5.12, el rango útil de frecuencias quedará comprendido entre

$$\frac{0,27\pi}{\tau_2} \leq \omega \leq \frac{3,73\pi}{\tau_2}$$

o, de forma más general

$$\frac{2\pi n}{\tau_2} + \frac{0,27\pi}{\tau_2} \leq \omega \leq \frac{2\pi n}{\tau_2} + \frac{3,73\pi}{\tau_2}$$

para $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

Dicho rango útil de frecuencias es mayor que en el caso en que $\tau_3 = 2\tau_2$.

La transmitancia del sistema, entre detección de la onda incidente y alimentación a fuentes secundarias, está expresada por:

$$(16) \quad W(s) = \frac{F_2(s)}{D(s)} = \frac{-a}{2c(1-M^2)} \frac{1}{1 - \frac{1}{2}(e^{-s\tau_2} + e^{-s\tau_3})} e^{-s \frac{1+d}{c(1+M)}}$$

de donde

$$(18) \quad F_2(s) = \frac{-a}{2c(1-M^2)} \frac{1}{1 - \frac{1}{2}(e^{-s\tau_2} + e^{-s\tau_3})} e^{-s \frac{1+d}{c(1+M)}} D(s)$$

La propagación del sonido emitido por el sistema de fuentes secundarias, en la dirección corriente abajo, es

$$(19) \quad p_t(x,t) = \frac{c(1-M^2)}{a} \left\{ 2 f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)}\right] - f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_2\right] - f_2\left[t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_3\right] \right\}$$

a la que aplicando la transformación de Laplace, se obtiene:

$$(20) \quad P_t(x,s) = \frac{c(1-M^2)}{a} \left\{ 2 e^{-s \frac{x-d}{c(1+M)}} - e^{-s \left[\frac{x-d}{c(1+M)} + \tau_2 \right]} - e^{-s \left[\frac{x-d}{c(1+M)} + \tau_3 \right]} \right\} F_2(s)$$

de donde

$$(21) \quad F_2(s) = \frac{a}{c(1-M^2)} \frac{1}{2e^{-s \frac{x-d}{c(1+M)}} - e^{-s \left[\frac{x-d}{c(1+M)} + \tau_2 \right]} - e^{-s \left[\frac{x-d}{c(1+M)} + \tau_3 \right]}} P_t(x,s)$$

Sustituyendo esta expresión de $F_2(s)$ en la ecuación (18), se obtiene :

$$\frac{a}{2c(1-M^2)} \frac{1}{e^{-s \frac{x-d}{c(1+M)}} - \frac{1}{2} \{ e^{-s \left[\frac{x-d}{c(1+M)} + \tau_2 \right]} + e^{-s \left[\frac{x-d}{c(1+M)} + \tau_3 \right]} \}} P_t(x,s) =$$

$$= \frac{-a}{2c(1-M^2)} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{2}(e^{-sT_2} + e^{-sT_3})} e^{-s \frac{1+d}{c(1+M)}} D(s)$$

$$P_t(x,s) = \frac{1}{\frac{x-d}{e^{-s \frac{1+d}{c(1+M)}} [1 - \frac{1}{2}(e^{-sT_2} + e^{-sT_3})]}}$$

$$= \frac{-1}{1 - \frac{1}{2}(e^{-sT_2} + e^{-sT_3})} e^{-s \frac{1+d}{c(1+M)}} D(s)$$

Por consiguiente :

$$(22) \quad P_t(x,s) = - e^{-s \frac{x-d}{c(1+M)}} e^{-s \frac{1+d}{c(1+M)}} D(s)$$

es decir

$$(23) \quad P_t(x,s) = - e^{-s \frac{x+1}{c(1+M)}} D(s)$$

expresión que coincide con la ecuación (9) del apartado 5.14.2, correspondiente al caso de atenuador compuesto por dos conjuntos de 2 anillos de fuentes.

La transmitancia es, asimismo, en este caso:

$$(24) \quad W_t(s) = \frac{P_t(x,s)}{D(s)} = - e^{-s \frac{x+1}{c(1+M)}}$$

y la correspondiente transmitancia isócrona

$$(25) \quad W_t(i\omega) = -e^{-i\omega \frac{x+1}{c(1+M)}}$$

o lo que es lo mismo:

$$(26) \quad W_t(i\omega) = e^{-i[\omega \frac{x+1}{c(1+M)} + \pi]}$$

que, tratándose de un retardo puro, pone de manifiesto que el sistema es estable.

Sin embargo, para asegurar la total estabilidad del sistema, para frecuencias superiores a ω_2 , puede montarse un filtro paso bajo, en la cadena de retroacción, cuya frecuencia de corte sea inferior a ω_2 . El siguiente diagrama de bloques muestra dicho montaje.

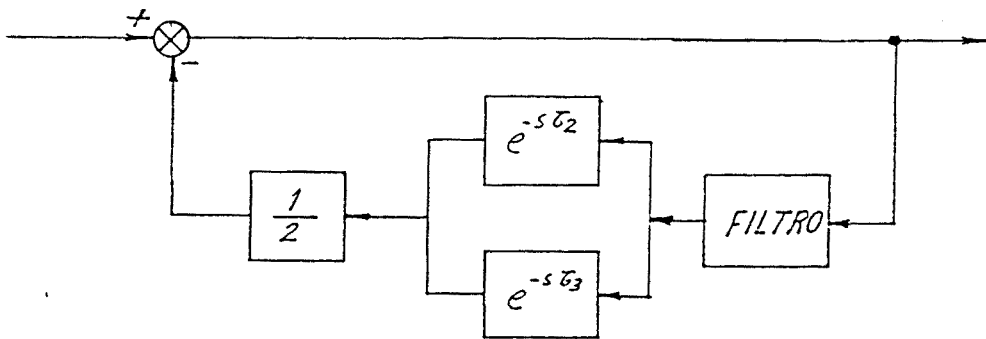
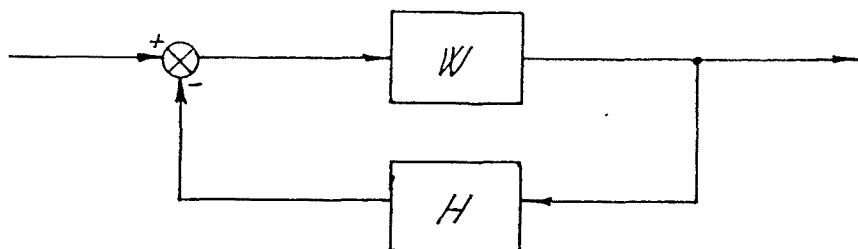


Figura 5.34. Diagrama de bloques de la cadena de retroacción con filtro.[20]

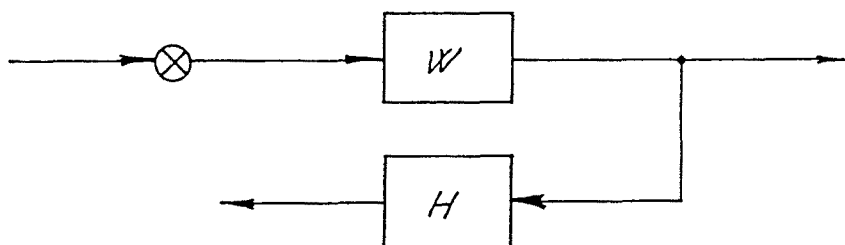
Si la función de transferencia del filtro es

$$\frac{0,8 + 10 i\omega}{1 + 10 i\omega}$$

y dado el esquema general del anillo cerrado:



y el del correspondiente anillo abierto:



Como $W = 1$, la transmitancia en anillo abierto $W H$, del diagrama de bloques mostrado en la figura 5.34, será:

$$W H = \frac{0,8 + 10 i\omega}{1 + 10 i\omega} \left[-\frac{1}{2} \left(e^{-i\omega\tau_2} + e^{-i\omega\tau_3} \right) \right]$$

Se representará, a continuación, dicha función de transferencia en anillo abierto, en el plano polar, al objeto de aplicar el criterio de estabilidad de Nyquist.[20]

$$W H = - \frac{0,4 + 5 i\omega}{1 + 10 i\omega} \left[e^{-i\omega\tau_2} + e^{-i\omega(3/2)\tau_2} \right]$$

que puede, asimismo, escribirse:

$$W H = - \frac{0,4 + 5 i\omega}{1 + 10 i\omega} \left(e^{-i2\omega} + e^{-i3\omega} \right)$$

Dando valores ω , a la misma, podrá determinarse la

ganancia y el ángulo de fase, para cada caso, obteniéndose, de este modo, la representación en el plano polar. Dichos resultados se exponen en la siguiente tabla:

w	Ganancia	Angulo de fase
0	0,8	180°
0,1	0,89	172,3°
0,5	0,96	110,6°
1	0,87	37,8°
2	0,53	254°
3	0,06	111,4°

Se observa que el numerador de la transmitancia en anillo abierto no tiene raíces con parte real positiva, $P=0$.

La curva del diagrama polar no da ninguna semivuelta en torno a -1 , desde $w = 0$ a $w = \infty$, $N = 0$.

Luego el número de raíces con parte real positiva del denominador de la transmitancia en anillo cerrado es, según el criterio de Nyquist.[20]

$$Z = P + N$$

En este caso,

$$Z = 0 + 0 = 0$$

Por lo que el sistema es estable.

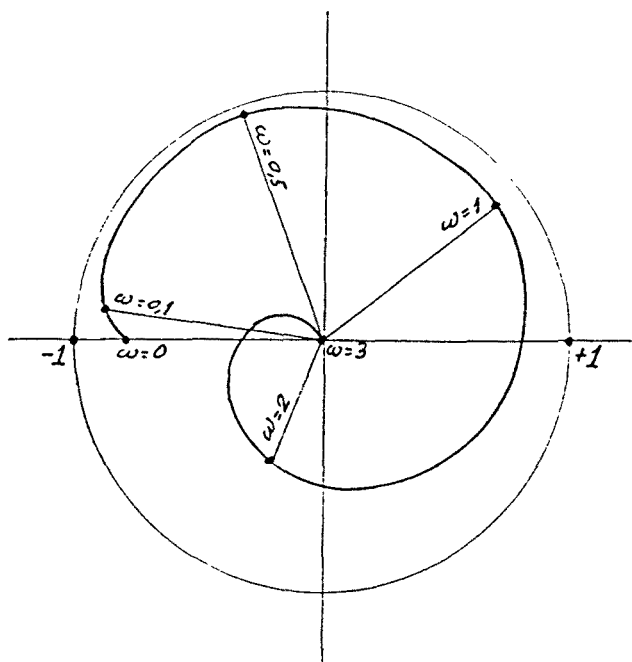


Figura 5.35. Diagrama polar de la función de transferencia en anillo abierto:

$$- \frac{0,4 + 5 i\omega}{1 + 10 i\omega} \left(e^{-i2\omega} + e^{-i3\omega} \right)$$

También, en este caso, puede aplicarse el sistema de optimización expuesto en el apartado anterior (5.15).

5.17. ATENUACION, EN CONDUCTOS, DE SONIDOS COMPUESTOS POR DOS O MAS FRECUENCIAS Y DE RUIDOS DE BANDA ANCHA.

Mediante el caso del sonido constituido por un tono puro se ha desarrollado la anterior teoría, a partir de la cual ha surgido el diseño de diferentes sistemas de atenuación, asimismo, expuestos anteriormente y algunos de ellos desarrollados experimentalmente para la realización de ensayos que confirmasen la teoría. Todos ellos presentan una marcada unidireccionalidad de emisión de sus fuentes secundarias, al objeto de poder captar limpiamente el ruido primario en la región corriente arriba, y una elevada capacidad de eliminación de modos transversales.

No obstante haber empleado un tono puro para la realización de los estudios, resulta evidente que los sistemas diseñados pueden ser aplicados al caso de ruidos más complejos. Basta, para ello, intercalar entre los amplificadores de altavoces de cada conjunto unidireccional, en lugar de un solo desfasador, una ramificación con un sistema de filtros con sus correspondientes desfasadores, al objeto de conseguir la unidireccionalidad de dichos conjuntos a todas las frecuencias componentes del ruido.

Del mismo modo, tendrá que haber tantos desfases, entre los conjuntos unidireccionales, como frecuencias haya, lo que se obtendrá estableciendo entre los mismos una serie de ramificaciones con filtros sintonizados a las diferentes frecuencias, seguidos de los desfasadores regulados de forma que los desfases correspondientes den lugar a la eliminación de los modos transversales que podrían aparecer

a cada frecuencia.

Finalmente, la señal procedente de la detección del ruido primario por el micrófono deberá, antes de llegar al sistema de fuentes secundarias, ser descompuesta en sus componentes de diferentes frecuencias, por medio de los filtros situados en la ramificación de entrada, y desfasar adecuadamente dichas componentes, por medio de los desfases que siguen a los correspondientes filtros, de forma que se obtenga la atenuación del ruido primario.

En la figura 5.36, que sigue, se presenta un esquema del montaje referido.

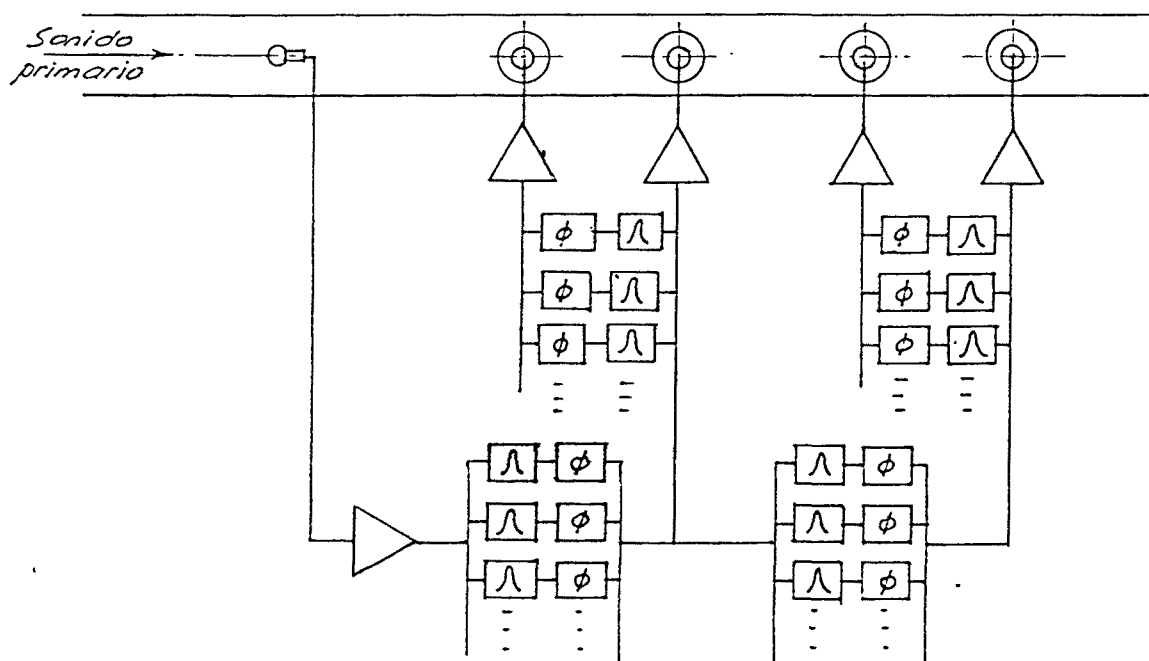


Figura 5.36. Esquema general del sistema atenuador.

CAPITULO 6

DESARROLLO EXPERIMENTAL

6. DESARROLLO EXPERIMENTAL.

6.1. DESCRIPCION DE LOS EQUIPOS.

En primer lugar debe hacerse una distinción entre los equipos que constituyen la fuente primaria de ruido, el sistema de atenuación y los equipos de medición y análisis.

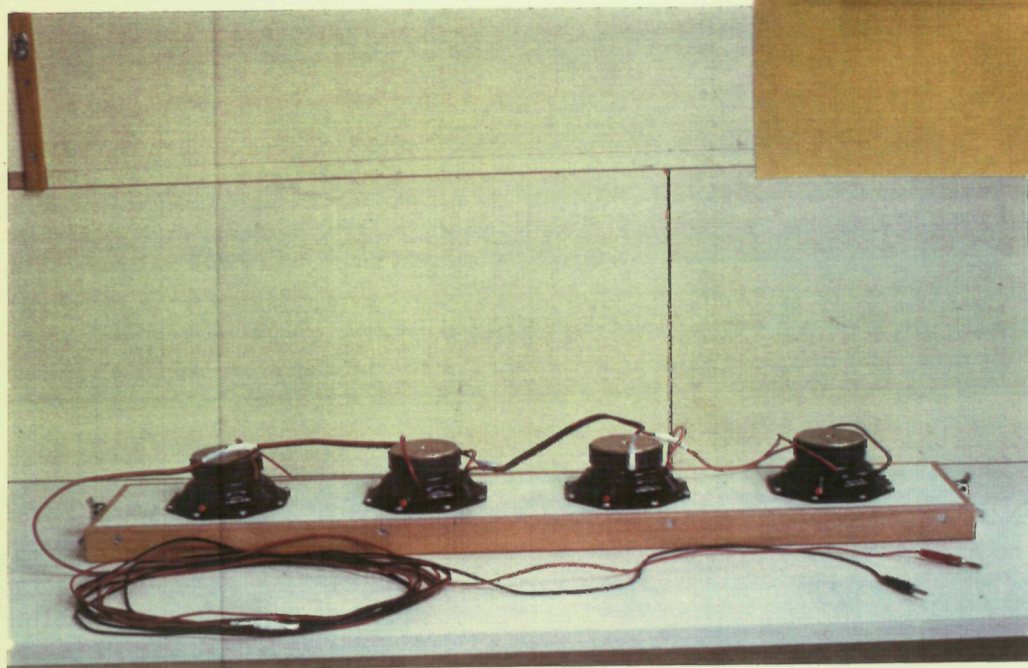
6.1.1. EQUIPOS CONSTITUYENTES DE LA FUENTE PRIMARIA.

Cualquier ventilador, u otro elemento causante de ruido, montado en el extremo del conducto situado corriente arriba del mismo, puede constituir la fuente de ruido primario. Sin embargo, al objeto de obtener mayor agilidad de operación durante los ensayos, se ha previsto, asimismo, el montaje de un altavoz BEYMA AL - 10" WOOFER de 60 W, en el citado extremo, cuando se ensaya el conducto de sección cuadrada, o bien un conjunto de cuatro altavoces tipo MW AD-5061/M8 de 15 W, en el caso del conducto de sección rectangular, que recibe la señal de un amplificador de potencia estéreo SINMARC 200 + 200 W, modelo EP 400, el cual es alimentado por un generador de funciones PHILIPS modelo PM 5131 de 0,1 Hz a 2 MHz de rango de frecuencias, en unos casos, y por un registrador magnético EMI modelo Eigh-Four de 8 canales en otros casos, en los que se desee reproducir en la fuente primaria un ruido grabado previamente.

En la siguiente figura nº 6.1 se presentan fotografías

de los equipos referidos.

6.1. a)



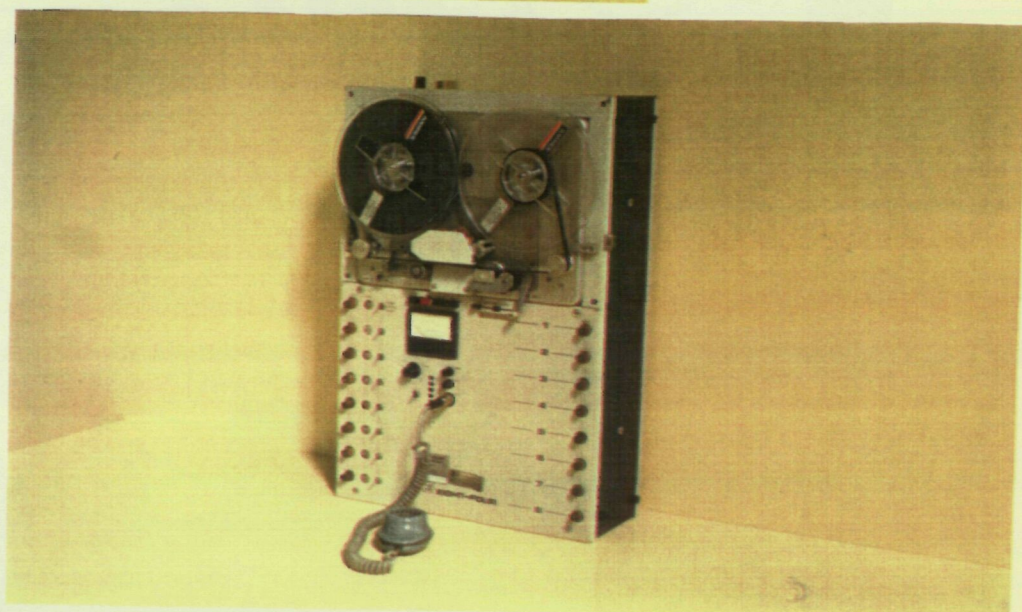
6.1. b)



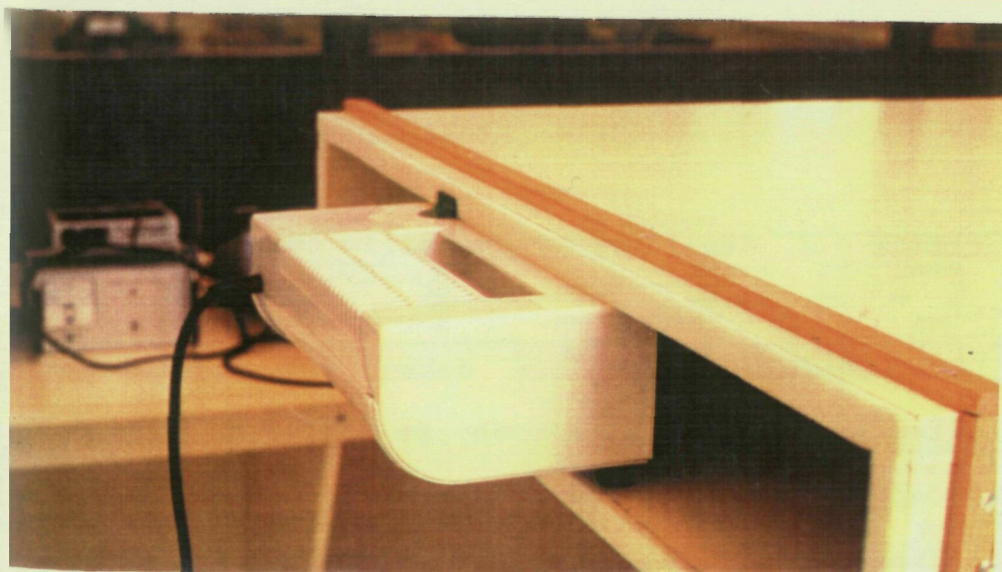
6.1. c)



6.1 d)



6.1 e)



6.1 f)

Figura 6.1. Equipos constituyentes de la fuente primaria:
 a) altavoz BEYMA AL-10" WOOFER de 60 W; b) 4 altavoces MW AD-5061/M8 de 15 W; c) amplificador de potencia SINMARC 200+200 W, modelo EP 400; d) generador de funciones PHILIPS, modelo PM 5131; e) registrador magnético EMI, modelo Eigh-Four; f) ventilador.

6.1.2. EQUIPOS COMPONENTES DEL SISTEMA DE ATENUACION.

Las fuentes secundarias están compuestas por anillos de altavoces, tipo MW AD-5061/M8 de 15 W, situados en diferentes secciones del conducto.

Cada anillo de altavoces es activado a través de un amplificador EURUNION modelo I.H.F. de 16 W.(figura 6.2).

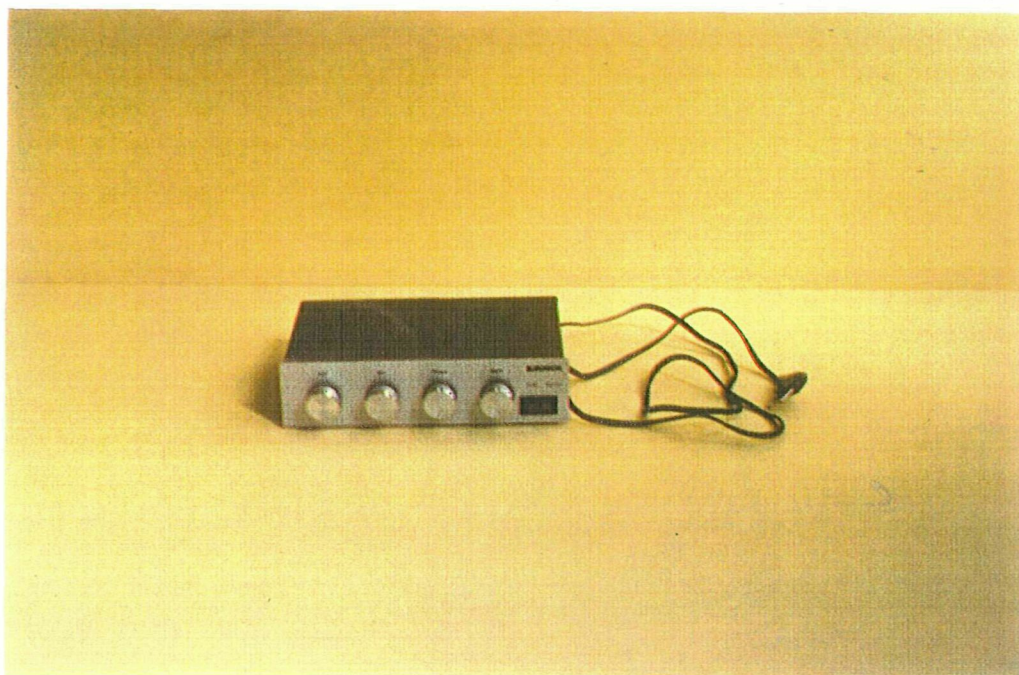


Figura 6.2. Amplificador de anillo de altavoces.

Los desfases con que deben ser alimentados los diferentes anillos de altavoces se obtienen por medio de desfases electrónicos, diseñados y contruidos especialmente para el presente trabajo, con el fin de conseguir los efectos deducidos en los apartados 5.7, 5.11, 5.12, 5.13 y 5.17 de la parte teórica. En la siguiente figura nº 6.3 se muestra una fotografía del circuito del desfaseador y en la figura nº 6.4 se presenta el esquema

electrónico del mismo.

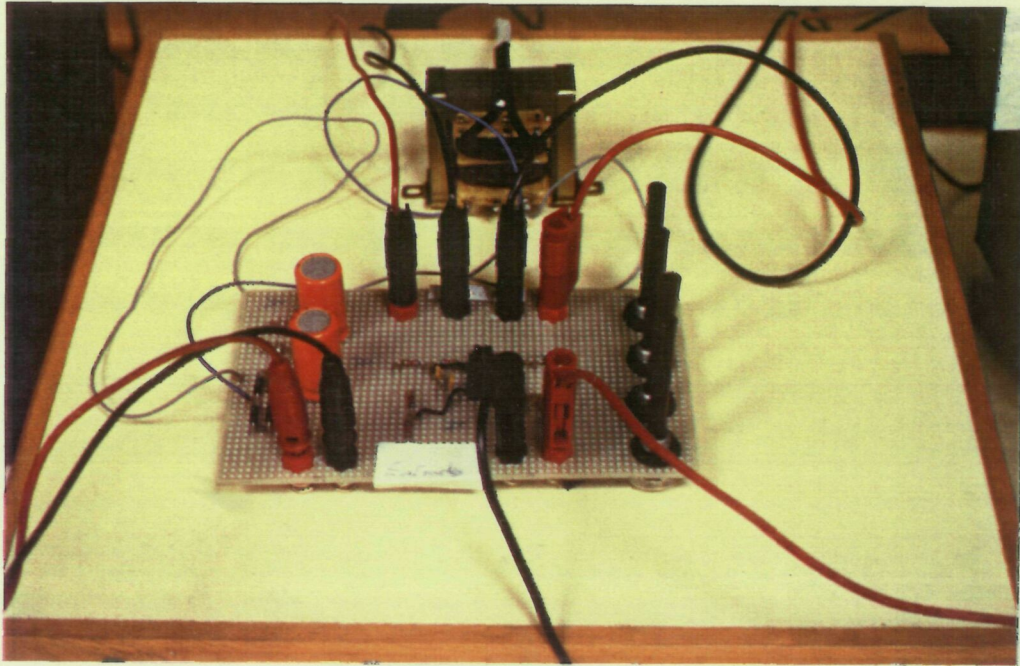


Figura 6.3. Circuito desfasador electrónico.

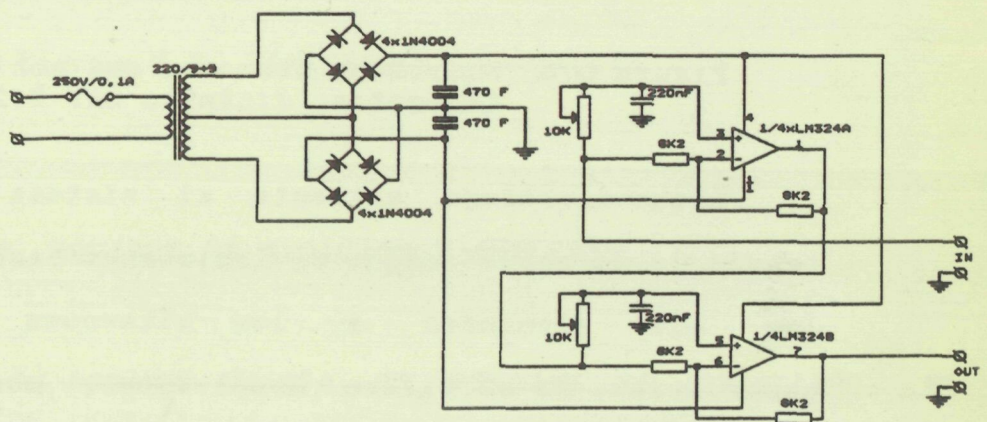


Figura 6.4. Esquema del desfasador electrónico.

La alimentación al sistema de atenuación puede realizarse por un generador de funciones, como el referido en el apartado 6.1.1, especialmente para llevar a cabo la regulación del sistema, de forma que éste quede preparado para su funcionamiento como atenuador, y luego alimentarse por medio del micrófono detector del sonido primario, situado en la región corriente arriba del atenuador.



Figura 6.5. Micrófono detector del sonido primario (micrófono dinámico DMV-312, pro.2)

Dicho micrófono alimenta al sistema de atenuación a través de un amplificador de las mismas características que los que alimentan a los altavoces de las fuentes secundarias, de un filtro Brüel-Kjaer, modelo BK-1621 y de un desfasador exactamente igual al descrito anteriormente y cuyo esquema se muestra en la figura 6.4 de este mismo apartado, o bien a través de dos filtros, con sus respectivos desfasadores, montados en paralelo cuando se

trate de atenuar un ruido con picos importantes a dos frecuencias distintas. En este caso, el segundo filtro es asimismo, Brüel-Kjaer, modelo BK-1623 y el segundo desfasador es igual al primero.

En la siguiente figura nº 6.6, se presenta una fotografía del sistema de atenuación montado y preparado para su puesta a punto.

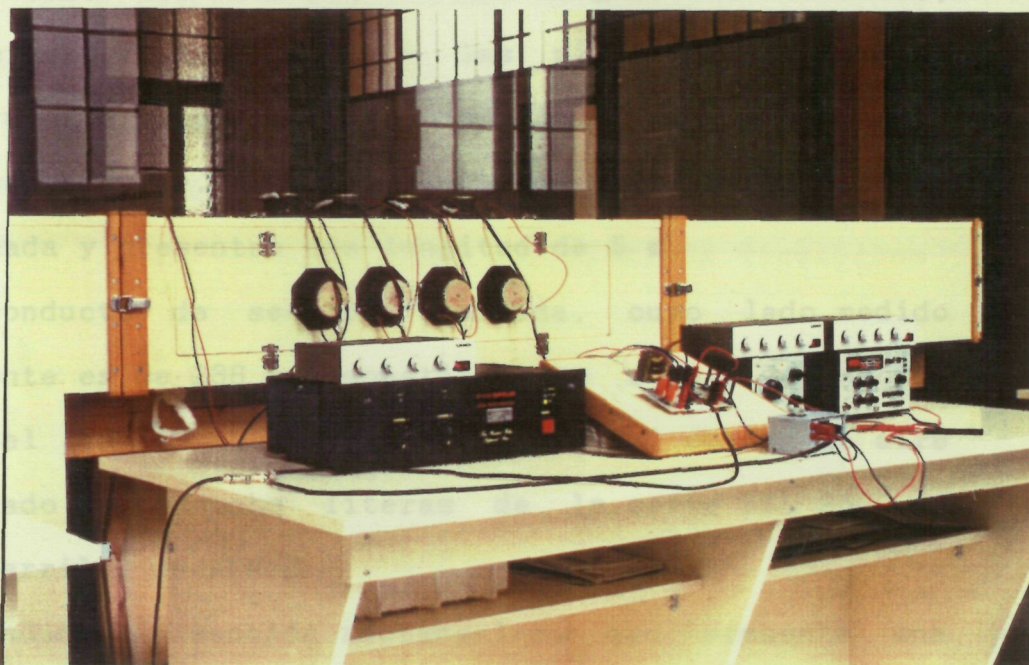


Figura 6.6. Sistema de atenuación

6.1.3. EQUIPOS DE MEDICION Y ANALISIS.

El sonido objeto de estudio es detectado, en los diferentes puntos del conducto, por un micrófono tipo BK-4176 acoplado directamente en el extremo de un sonómetro de precisión Brüel-Kjaer, tipo BK-2235, o bien acoplado al mismo a través de una alargadera flexible para acceder mejor

a determinados puntos de medición.

La salida del sonómetro se conecta a un analizador de señal de alta resolución Brüel-Kjaer, tipo BK-2033, que permite hacer un detallado análisis en frecuencia del sonido detectado.

Un registrador gráfico x-y de alta velocidad Brüel-Kjaer, tipo BK-2308, permite reproducir con suma rapidez los espectros que ofrece la pantalla del analizador de señal en cada uno de los análisis en frecuencia realizados.

En la siguiente figura se presentan los equipos de medición y análisis que han sido descritos.

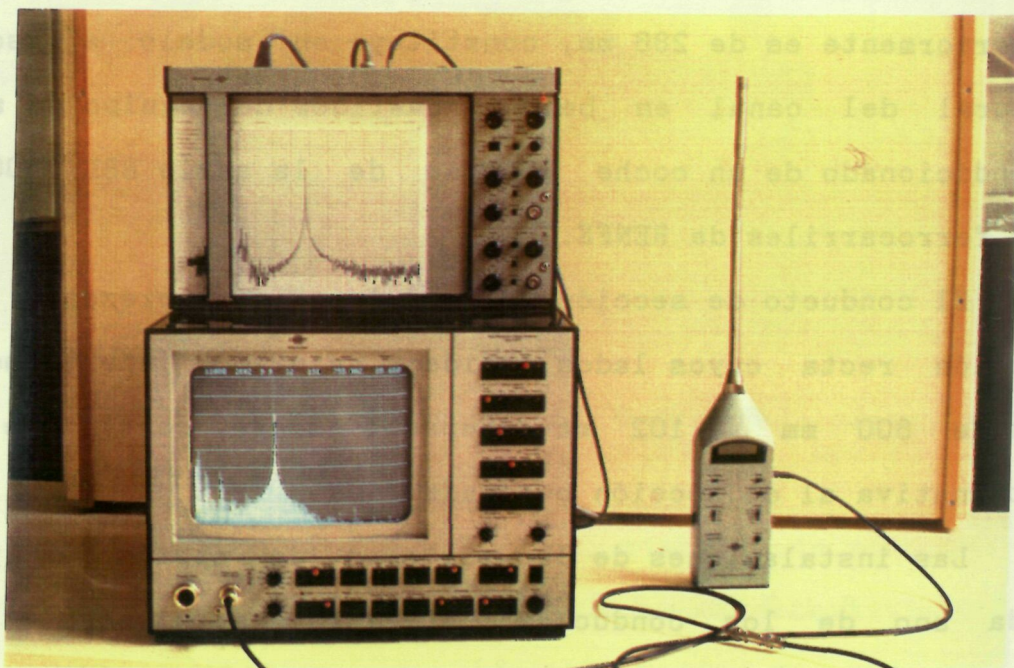


Figura 6.7. Equipos de medición y análisis:
 a) sonómetro de precisión BK-2235 con micrófono BK-4176 y alargadera flexible.
 b) analizador de señal de alta resolución BK-2033.
 c) registrador gráfico x-y de alta velocidad, BK-2308.

6.2. DESCRIPCION DE LA INSTALACION.

El sistema de atenuación, fruto de la teoría desarrollada en el capítulo 5 "Modelo propio" de esta tesis, tiene un ámbito de aplicación general en conductos, de modo que su campo de utilización es independiente de la forma de sus secciones, así como de sus tamaños. sin embargo, para llevar a cabo los ensayos se han elegido dos conductos, cuyas secciones rectas presentan las mismas áreas, pero de forma que uno de ellos es de sección cuadrada y el otro de sección rectangular. Ambos están contruidos con madera estratificada y presentan una longitud de 5 m.

El conducto de sección cuadrada, cuyo lado medido interiormente es de 286 mm, constituye un modelo a escala natural del canal en bajo bastidor del equipo de aire acondicionado de un coche literas de la serie BBL 9800 de los ferrocarriles de RENFE.

El conducto de sección rectangular, que presenta una sección recta cuyos lados medidos, asimismo, interiormente son de 800 mm y 102 mm respectivamente, constituye una alternativa al de sección cuadrada.

Las instalaciones de los sistemas de atenuación para cada uno de los conductos referidos, se exponen en los siguientes subapartados 6.2.1 y 6.2.2.